단원 종합 평가

1. 다음 중 명제가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① 삼각형은 세 변으로 이루어져 있다.

② 올 여름에는 유난히 비가 많구나!

③ $x = 2$ 이면 $x - 2 = 3$

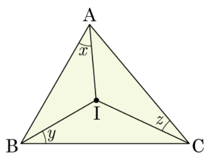
④ $3 - 2 = 7$

⑤ 설악산은 제주도에 있다.

해설

판별이 안되면 명제가 아니다.

2. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle x + \angle y + \angle z = ($ $)^\circ$이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.

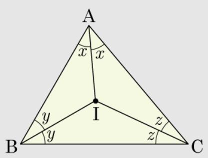


[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설



$2(x + y + z) = 180^\circ$

$\therefore\ x + y + z = 90^\circ$

3. 다음 명제 중 그 역이 참인 것은? [배점 3, 중하]

① 정삼각형은 이등변삼각형이다.

② a, b 가 짝수이면 $a + b$ 가 짝수이다.

③ $a + c > b + c$ 이면 $a > b$ 이다.

④ $ac > bc$ 이면 $a > b$ 이다.

⑤ 소수는 홀수이다.

해설

③ 역 : $a > b$ 이면 $a + c > b + c$ 이다.

4. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은? [배점 3, 중하]

① 두 홀수의 곱은 홀수이다.

② 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형이다.

③ $\triangle\text{ABC} \equiv \triangle\text{DEF}$ 이면 $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{DE}}$ 이다.

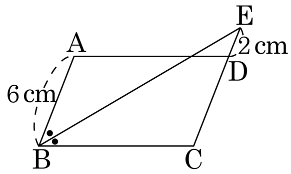
④ 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이다.

⑤ 11 은 소수이다.

해설

② 네 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{CD}$ 의 연장선과의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{DE} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면? [배점 3, 중하]



① 9.5cm ② 9cm ③ 8.5cm
④ 8cm ⑤ 7.5cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6(\text{cm})$
$\angle ABE = \angle BEC$ 이므로
$\overline{BC} = \overline{CE} = 6 + 2 = 8(\text{cm})$

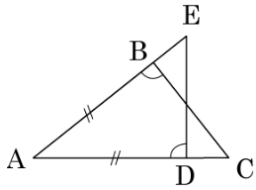
6. 다음 중 거짓 명제를 고르면? [배점 4, 중중]

① 정수의 제곱은 항상 정수이다.
② ab 가 짝수이면 a, b 는 짝수이다.
③ $a = b$ 이면 $ac = bc$ 이다.
④ $a > b > c > 0$ 이면 $ac > bc$ 이다.
⑤ 두 삼각형이 합동이면 두 삼각형의 넓이는 같다.

해설

ab 가 짝수이면 a나 b 둘 중 하나만 짝수이어도 성립한다.

7. 다음은 '$\angle ABC = \angle ADE, \overline{AB} = \overline{AD}$ 이면 $\angle C = \angle E$ 이다.' 를 증명하는 과정이다. ㈎~㈒에 알맞지 <u>않은</u> 것은?



[가정]$\angle ABC = \angle ADE, \overline{AB} = \overline{AD}$
[결론] ㈎
[증명] $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
$\overline{AB} =$ ㈏ $\cdots$ ㉠ ㈑는 공통$\cdots$㉢
$\angle ABC =$ ㈐ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡, ㉢ 에 의하여 $\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ ㈒ 합동
$\therefore \angle C = \angle E$

[배점 4, 중중]

① ㈎ $\angle C = \angle E$ ② ㈏ $\overline{BC}$
③ ㈐ $\angle ADE$ ④ ㈑ $\angle A$
⑤ ㈒ ASA

해설

[가정]$\angle ABC = \angle ADE, \overline{AB} = \overline{AD}$
[결론] $\angle C = \angle E$
[증명] $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AD} \cdots$ ㉠
$\angle ABC = \angle ADE \cdots$ ㉡
$\angle A$는 공통 $\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle ABC \equiv \triangle ADE(\text{ASA})$합동
$\therefore \angle C = \angle E$

8. 다음 용어의 정의 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 4, 중중]

① 정삼각형 : 세 내각의 크기가 같은 삼각형

② 직각삼각형 : 두 내각의 크기가 예각인 삼각형

③ 마름모 : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

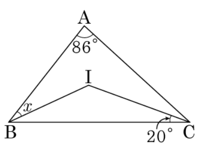
④ 등변사다리꼴 : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형

⑤ 엇각 : 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 각 중에서 엇갈린 위치에 있는 두 각

해설

① 정삼각형 : 세 변의 길이가 같은 삼각형
② 직각삼각형 : 한 내각의 크기가 직각인 삼각형
④ 등변사다리꼴 : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle A = 86°$일 때, $\angle ABI = (\quad)°$이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

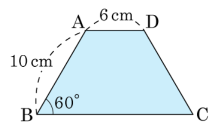
▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 86° = 133°$이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle IBC = 180° - 20° - 133° = 27°$ 이다.
점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27°$이다.
$\therefore\ \angle ABI = 27°$이다.

10. 다음 그림의 $\square ABCD$는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 6cm, \overline{AB} = 10cm$, $\angle ABC = 60°$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 cm

해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면 $\angle ABE = \angle DEC = 60°$이고, $\square ABCD$는 등변사다리꼴이므로 $\angle B = \angle C = 60°$이다.
따라서 $\triangle DEC$는 정삼각형므로 $\overline{BC} = 6 + 10 = 16(cm)$이다.

11. 증명된 명제 중 기본이 되는 것은? [배점 5, 중상]

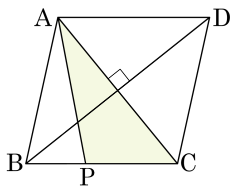
① 가정　② 결론　③ 정의

④ 정리　⑤ 증명

해설

증명된 명제 중 다른 명제를 증명할 때 기본이 되는 것을 정리라고 한다.

12. 다음 그림의 마름모 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PC}} = 2 : 3$ 이고, $\overline{\mathrm{AC}} = 10\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BD}} = 20\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{APC}$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

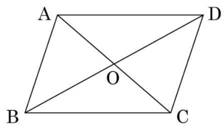
$\square\mathrm{ABCD} = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \dfrac{1}{2} \times 100 = 50(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{ABP} : \triangle\mathrm{APC} = \overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PC}} = 2 : 3$

$\therefore \triangle\mathrm{APC} = \dfrac{3}{5} \times 50 = 30(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되는 조건을 모두 찾아라.



보기

㉠ $\angle\mathrm{ABO} = \angle\mathrm{CDO}$

㉡ $\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{CD}}$

㉢ $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{B}$

㉣ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$

㉤ $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$

㉥ $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건

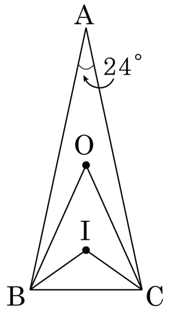
두 대각선의 길이가 서로 같다.

한 내각이 직각이다.

㉢ $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{B}$, $\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{B} = 180°$, $\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{B} = 90°$ → 한 내각이 직각이다.

㉣ $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$ 이면 $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}}$ → 두 대각선의 길이가 서로 같다.

14. 다음 그림의 $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$, $\angle \mathrm{A} = 24°$ 이고 점 O, I 는 각각 외심과 내심이다. $\angle \mathrm{OBI}$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $27°$

해설

$\angle \mathrm{BOC} = 24° \times 2 = 48°$

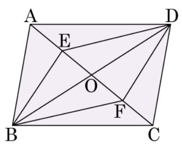
$\angle \mathrm{OBC} = (180° - 48°) \div 2 = 66°$

$\angle \mathrm{IBC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC}$

$= \frac{1}{2} \times (180° - 24°) \div 2 = 39°$

$\angle \mathrm{OBI} = 66° - 39° = 27°$

15. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 $\overline{\mathrm{OA}}, \overline{\mathrm{OC}}$ 의 중점 E, F 를 잡았을 때, $\square$EBFD는$\square$ABCD 의 넓이의 몇 배인가?



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$ 배

해설

$\triangle \mathrm{EBD} = \frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABD}, \triangle \mathrm{FBD} = \frac{1}{2}\triangle \mathrm{CBD}$ 이므로

$\square \mathrm{EBFD} = \frac{1}{2}\square \mathrm{ABCD}$