

# 확인-삼각형의 성질

1. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다. 빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. \_\_\_\_\_
4. 그린 원을 오린다.

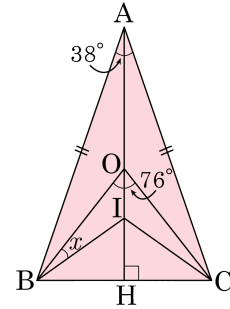
[배점 2, 하중]

- ① 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ② 점 I 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다
- ③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.
- ④ 점 O 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ⑤ 점 O 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
4. 그린 원을 오린다.

2. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고,  $\angle A = 38^\circ$ ,  $\angle O = 76^\circ$  일 때,  $\angle IBO$  의 크기는?



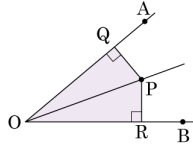
[배점 2, 하중]

- ①  $14^\circ$                       ②  $15.2^\circ$                       ③  $16.5^\circ$
- ④  $17^\circ$                       ⑤  $17.5^\circ$

해설

$$\begin{aligned}\angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 109^\circ \\ \angle OBC &= 52^\circ, \angle IBC = 35.5^\circ \\ \angle OBI &= \angle OBC - \angle IBC = 52^\circ - 35.5^\circ = 16.5^\circ\end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같이  $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R이라 하자.  $\overline{PQ} = \overline{PR}$  이라면,  $\overline{OP}$ 는  $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서  $\triangle QOP \cong \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



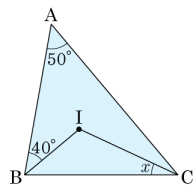
[배점 3, 하상]

- ① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.
- ② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.
- ③ 세 변의 길이가 같다.
- ④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.
- ⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고  $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

4. 다음 그림에서 점 I는  $\triangle ABC$ 의 내심이다.  $\angle CAB = 50^\circ$ ,  $\angle ABI = 40^\circ$ 일 때,  $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ①  $5^\circ$
- ②  $10^\circ$
- ③  $15^\circ$
- ④  $20^\circ$
- ⑤  $25^\circ$

해설

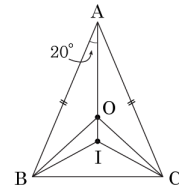
삼각형의 세 내각의 합은  $180^\circ$ 이므로

$$\angle ABI = \angle IBC, \angle ICB = \angle ICA$$

$$2\angle x = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ)$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

5. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 외심을 O, 내심을 I라 할 때  $\angle OBI$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ①  $10^\circ$
- ②  $15^\circ$
- ③  $20^\circ$
- ④  $25^\circ$
- ⑤  $30^\circ$

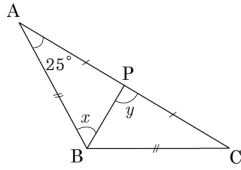
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때,  $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ ,  $\angle A = 40^\circ$ 이므로  $\angle ABC = 70^\circ$ ,  $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때,  $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로  $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.  $\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로  $\angle OBC = 50^\circ$ 이다.

또,  $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$ 이다. 따라서  $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$ 이다.

6. 다음 그림의  $\triangle ABC$ 에서,  $\overline{AB} = \overline{BC}$ ,  $\overline{AP} = \overline{CP}$ 라고 할 때,  $x + y$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ①  $125^\circ$       ②  $135^\circ$       ③  $145^\circ$   
 ④  $155^\circ$       ⑤  $165^\circ$

**해설**

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

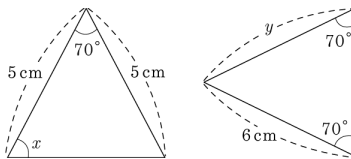
$$y = 90^\circ$$

또  $\triangle ABP$ 에서 내각의 합은  $180^\circ$ 이므로

$$x = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$$

$$\therefore x + y = 65^\circ + 90^\circ = 155^\circ$$

7. 다음 그림에서  $x + y$ 가 속한 범위는?



[배점 3, 하상]

- ①  $61 \sim 65$       ②  $66 \sim 70$       ③  $71 \sim 75$   
 ④  $76 \sim 80$       ⑤  $81 \sim 85$

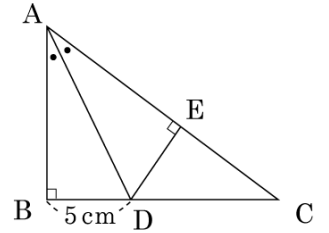
**해설**

두 삼각형은 모두 이등변삼각형이므로

$$x = 55^\circ, y = 6(\text{cm})$$

$$\therefore x + y = 55 + 6 = 61$$

8. 다음 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형  $ABC$ 에서  $\overline{AD}$ 가  $\angle A$ 의 이등분선이라고 하고, 점  $D$ 에서  $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을  $E$ 라고 한다.  $\overline{BD} = 5 \text{ cm}$  일 때,  $\overline{CE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 cm

**해설**

$$\triangle ABD \equiv \triangle AED \text{ (RHA 합동)}$$

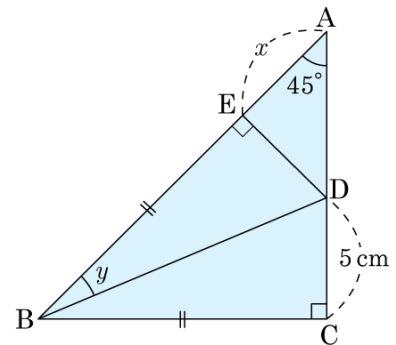
$$\therefore \overline{BD} = \overline{DE}$$

$$\angle ACB = 45^\circ \text{ 이므로 } \angle EDC = 45^\circ$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{CE}$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{CE} = 5(\text{cm})$$

9. 다음  $\triangle ABC$ 에서  $x, y$ 의 값을 차례로 나열한 것은?



[배점 3, 중하]

- ① 3, 20      ② 3, 22.5      ③ 5, 20  
 ④ 5, 22.5      ⑤ 4, 25

해설

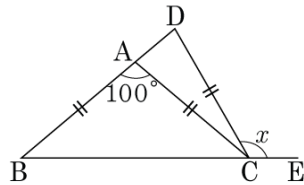
$\triangle BED \equiv \triangle BCD$  (RHS 합동) 이다.  
 $\angle CBE = 180^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 45^\circ$  이고,  
 $\angle CBD = \angle EBD = 22.5^\circ$   
 $\therefore y = 22.5$   
 $\triangle AED$ 는 직각이등변삼각형이고  
 $(\because \angle DAE = 45^\circ = \angle ADE)$   
 $\overline{DC} = \overline{ED} = \overline{AE} = 5 \text{ cm}$   
 $\therefore x = 5 \text{ cm}$

10. 다음 그림에서  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$  이고  $\angle BAC = 100^\circ$  일 때,  $\angle DCE$ 의 크기를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

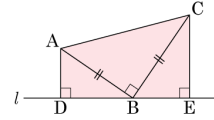
▶ 정답 :  $120^\circ$



해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$  이므로  
 $\angle B = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$  이다.  
 $\overline{AC} = \overline{CD}$  이므로  
 $\angle D = \angle CAD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$  이다.  
따라서  $\angle DCE = \angle B + \angle D = 40^\circ + 80^\circ = 120^\circ$

11. 다음 그림과 같이  $\angle B = 90^\circ$  이고  $\overline{AB} = \overline{CB}$  인 직각이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A, C에서 점 B를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. 다음은  $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$  임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.



가정)  $\angle B = 90^\circ$ ,  $\overline{AB} = \overline{CB}$ ,  $\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$

결론)  $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$

증명)  $\triangle ADB$ 와  $\triangle BEC$ 에서

$\angle ADB = \square = \square$  (가정) ... ㉠

$\overline{AB} = \square$  (가정) ... ㉡

$\angle ABC = \square$  (가정) 이므로

$\angle ABD + \angle CBE = \square$

또,  $\triangle ADB$ 에서  $\angle ABD + \angle BAD = \square$

$\therefore \angle BAD = \square$  ... ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\triangle ADB \equiv \triangle BEC$  (  $\square$  합동)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\angle BEC$

▶ 정답 :  $90^\circ$

▶ 정답 :  $\overline{CB}$

▶ 정답 :  $90^\circ$

▶ 정답 :  $90^\circ$

▶ 정답 :  $90^\circ$

▶ 정답 :  $\angle CBE$

▶ 정답 :  $\angle RHA$

해설

가정)

$$\angle B = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{CB}, \angle ADB = \angle BEC = 90^\circ$$

결론)  $\triangle ADB \equiv \triangle BEC$

증명)

$\triangle ADB$ 와  $\triangle BEC$ 에서

$$\angle ADB = \angle BEC = 90^\circ \text{ (가정)} \dots \textcircled{1}$$

$$\overline{AB} = \overline{CB} \text{ (가정)} \dots \textcircled{2}$$

$$\angle ABC = 90^\circ \text{ (가정) 이므로}$$

$$\angle ABD + \angle CBE = 90^\circ$$

$$\text{또, } \triangle ADB \text{에서 } \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CBE \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 의하여

$$\triangle ADB \equiv \triangle BEC \text{ (RHA 합동)}$$

12. 다음은 삼각형의 모양의 종이를 가지고 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만들려고 할 때의 과정이다. 그 순서를 찾아 차례로 써라.

보기

- ㉠  $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾아 O 라고 한다.
- ㉡ 점 O 를 중심으로 하고  $\overline{OA}$  를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
- ㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.
- ㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉤

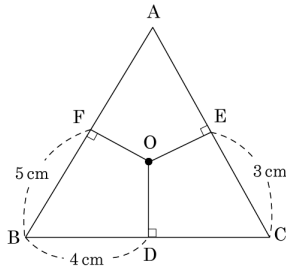
▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉢

해설

- ㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.
- ㉣ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
- ㉢ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

13. 다음 그림에서 점 O는  $\triangle ABC$ 의 외심이다.  $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① 12cm      ② 24cm      ③ 36cm  
④ 48cm      ⑤ 60cm

해설

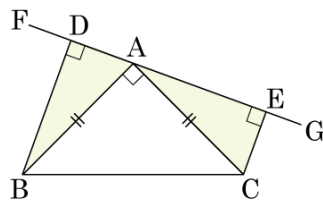
점 O는 정의에 의하여 각 변의 수직이등분선의 교점이므로  $\overline{AF} = \overline{BF} = 5(\text{cm})$ ,  $\overline{BD} = \overline{CD} = 4(\text{cm})$ ,  $\overline{CE} = \overline{AE} = 3(\text{cm})$ 이다.  
( $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)  

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= (\overline{AF} + \overline{BF}) + (\overline{BD} + \overline{CD}) + (\overline{CE} + \overline{AE}) =$$

$$(5 + 5) + (4 + 4) + (3 + 3) = 24(\text{cm})$$

14. 다음 그림에서  $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $\overline{BD}$ ,  $\overline{CE}$ 는 각각 점 B, C에서  $\overline{FG}$ 에 내린 수선,  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ,  $\overline{BD} = 7$ ,  $\overline{CE} = 3$ )



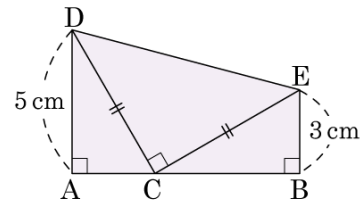
[배점 4, 중중]

- ① 25      ② 26      ③ 27      ④ 28      ⑤ 29

해설

$\triangle BAD \equiv \triangle ACE$  (RHA 합동) 이므로  $\overline{AD} = \overline{CE} = 3$ ,  $\overline{AE} = \overline{BD} = 7$  이고,  
 사다리꼴 EDBC의 넓이는  $\frac{1}{2}(\overline{DB} + \overline{EC}) \times \overline{ED} =$   
 $\frac{1}{2}(7 + 3) \times (3 + 7) = 50$  이다.  
 $\triangle BAD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 3 \times 7 = \frac{21}{2}$   
 $\therefore \triangle ABC = \square EDBC - \triangle BAD - \triangle ACE$   
 $= 50 - \frac{21}{2} - \frac{21}{2} = 29$

15. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 DCE의 직각인 꼭짓점 C를 지나는 직선 AB에 꼭짓점 D, E에서 각각 수선 DA, EB를 내릴 때,  $\square ABED$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 :  $32 \text{ cm}^2$

해설

$\angle CDA = \angle a$  라 하면,

$$\angle DCA = 180^\circ - (90^\circ + \angle CDA) = 90^\circ - \angle a$$

$$\angle ECB = 180^\circ - (90^\circ + \angle DCA) = 180^\circ - (90^\circ + 90^\circ - \angle a) = \angle a \quad (\dots \textcircled{1})$$

$\triangle CDA$  와  $\triangle ECB$  에서

i)  $\overline{CD} = \overline{EC}$  (가정)

ii)  $\angle CDA = \angle ECB = \angle a$  ( $\textcircled{1}$ )

iii)  $\angle DAC = \angle CBE = 90^\circ$  (가정)

i), ii), iii)에 의해  $\triangle CDA \equiv \triangle ECB$  (RHA 합동)이다.

합동인 도형의 대변의 길이는 같으므로  $\overline{AC} = \overline{BE} = 3\text{cm}$ ,  $\overline{AD} = \overline{BC} = 5\text{cm}$  이다.

$$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = 8\text{cm} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \square ABED = 8 \times \frac{(3+5)}{2} = 32(\text{cm}^2)$$