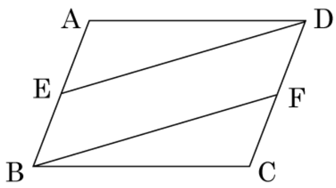
실력 확인 문제

1. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$ 의 중점을 E , $\overline{CD}$ 의 중점을 F 라 하고 그림과 같이 $\overline{ED}$, $\overline{BF}$ 를 그었을 때, $\angle BED$ 와 크기가 같은 각을 구하여라.



[배점 2, 하하]

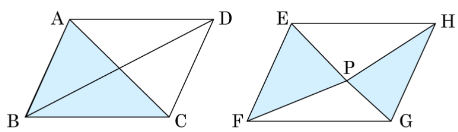
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle BFD$

해설

$\triangle EAD$, $\triangle FCB$ 에서 $\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle EAD = \angle BCF$ 이므로 SAS 합동이다.
그러므로 $\overline{EB} = \overline{DF}$, $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이고, □EBFD는 평행사변형이다.
따라서 $\angle BED = \angle BFD$ 이다.

2. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 24cm^2 일 때, 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

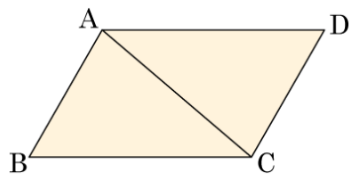
▶ 답 :

▷ 정답 : $24\,\text{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는 전체의 절반이 된다.
평행사변형 EFGH 의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle PEF + \triangle PGH = \triangle PEH + \triangle PFG$ 이므로 전체의 절반이 된다. 따라서 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이와 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이는 같다.

3. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



대각선 AC 를 그어보면 대각선 AC 는 삼각형 ABD 와 삼각형 CBD 의 공통부분이 된다.
$\overline{AB} =$ (①) 이고, $\overline{AD} =$ (②) 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ (③ 합동)
$\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$(④)
이므로 두 쌍의 대변이 각각 (⑤)하므로
□ABCD 는 평행사변형이다.

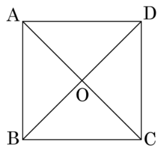
[배점 2, 하중]

① $\overline{CD}$ ② $\overline{BC}$ ③ SSS
④ 맞꼭지각 ⑤ 평행

해설

④ 는 엇각의 위치이다.

4. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (2 개)



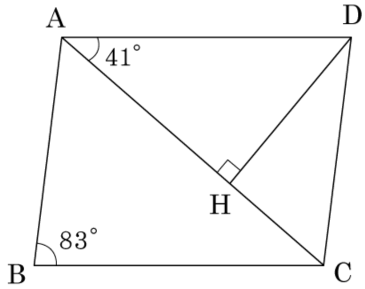
[배점 3, 하상]

① $\overline{AB} = \overline{BC}$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\angle AOD = \angle BOC$
④ $\angle AOB = \angle AOD$
⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.
④ $\angle AOB = \angle AOD$ 일 때, $\triangle AOB$와 $\triangle AOD$에서 $\overline{AO}$는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B = 83°$, $\angle DAC = 41°$ 이고 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\angle HDC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

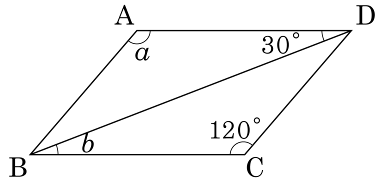
▶ 답 :

▷ 정답 : 34 °

해설

$\angle ADH = 90° - 41° = 49°$
$\angle B = \angle D = 83°$
$\therefore\ \angle HDC = 83° - 49° = 34°$

6. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 정할 때, 두 각의 합은?



[배점 3, 하상]

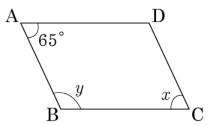
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle a + \angle b = 150$ °

해설

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.
따라서 $\angle a = 120°$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고, $\angle ADB$ 와 $\angle CDA$ 는 엇각이므로 $\angle b = 30°$ 이다.
$\therefore\ \angle a + \angle b = 150°$

7. 다음 □ABCD가 평행사변형이 된다고 할 때, x, y 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

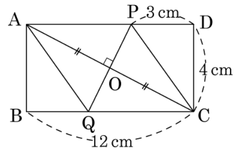
▷ 정답 : $x = 65°$

▷ 정답 : $y = 115°$

해설

$x = 65°$, $y = 180° - 65° = 115°$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



[배점 3, 중하]

① $30\,cm^2$ ② $33\,cm^2$ ③ $36\,cm^2$
④ $39\,cm^2$ ⑤ $42\,cm^2$

해설

□AQCP 는 마름모이므로
$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)
$□AQCP = □ABCD - 2\triangle ABQ$
$= 12 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4$
$= 48 - 12 = 36(cm^2)$

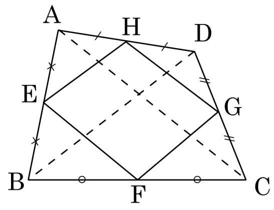
9. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.
③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

10. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고, $\overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{BD} = 8\text{cm}$ 일 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 16cm ② 18cm ③ 20cm

④ 28cm ⑤ 36cm

해설

$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4\,(\text{cm})$

$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$

따라서, □EFGH 의 둘레의 길이는 $(4 \times 2) + (5 \times 2) = 18\,(\text{cm})$ 이다.