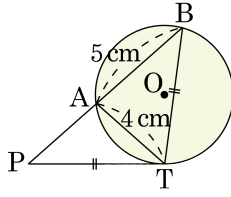


오답 노트-다시풀기

1. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 접선의 접점을 T라 하고, 점 P에서 그은 할선의 교점을 A, B라 하자. $\overline{PT} = \overline{BT}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AT} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



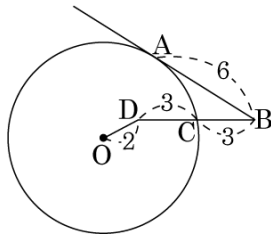
[배점 5, 상하]

- ① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm
④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설

$\angle ATP = \angle PBT = \angle BPT$
 $\triangle APT$ 가 이등변삼각형이므로 $\overline{PA} = 4$
 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5) = 36$
 $\therefore \overline{PT} = 6 (\because \overline{PT} > 0)$

2. 다음 그림과 같이 원 O 위의 한 점 A에서 접선 AB를 긋고 원의 내부의 한 점 D와 점 B를 이은 선분이 원과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{BC} = \overline{DC} = 3$, $\overline{OD} = 2$, $\overline{AB} = 6$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: $\sqrt{22}$

해설

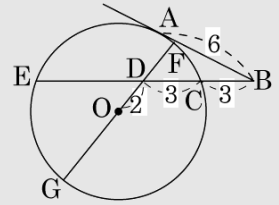
$$\overline{BC} \times \overline{BE} = \overline{AB}^2$$

$$3(\overline{DE} + 6) = 36, \overline{DE} = 6$$

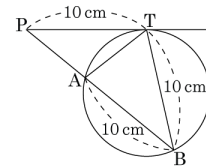
$$\text{또한, } \overline{DE} \times \overline{DC} = \overline{DF} \times \overline{DG}$$

$$6 \times 3 = (\overline{OG} + 2)(\overline{OG} - 2)$$

$$18 = \overline{OG}^2 - 4 \quad \therefore \overline{OG} = \sqrt{22} (\because \overline{OG} > 0)$$



3. 다음 그림에서 직선 PT는 원의 접선이고 $\overline{AB} = \overline{BT} = \overline{PT} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{AT}^2$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $150 - 50\sqrt{5}\text{cm}$

해설

$\overline{PT}$ 는 원의 접선이므로 $\angle ATP = \angle ABT$

$\angle APT = \angle ABT$ 이므로

$\angle ATP = \angle APT$

따라서 $\triangle PAT$ 는 $\overline{AT} = \overline{AP}$ 인 이등변삼각형이다.

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

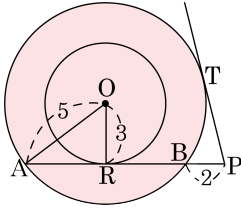
$\overline{AT} = \overline{AP}$ 를 x 라고 하면

$$10^2 = x \times (x + 10)$$

$$x^2 + 10x - 100 = 0 \quad x = -5 + 5\sqrt{5}$$

$$\therefore x^2 = 150 - 50\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

4. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

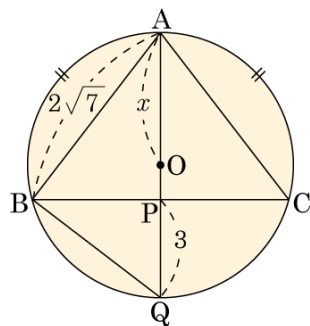
해설

$\angle ARO = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4, \overline{AB} = 2 \times \overline{AR} = 8$$

$$\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \quad \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$$

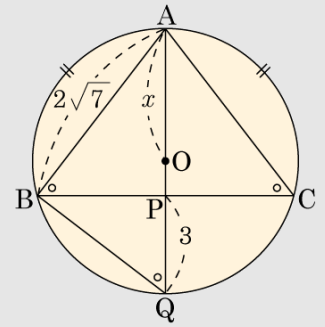
5. 그림에서 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ 이고 $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$, $\overline{PQ} = 3$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

해설



$$\triangle AQB \sim \triangle ABP \text{ 이므로 } \overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AQ} : \overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$$

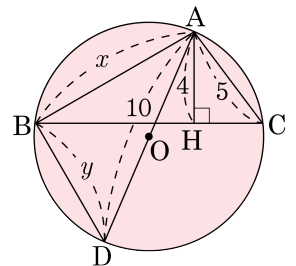
$$(2\sqrt{7})^2 = (2x - 3) \times 2x$$

$$2x^2 - 3x - 14 = 0$$

$$(x + 2)(2x - 7) = 0$$

$$\therefore x = \frac{7}{2} (\because x > 0)$$

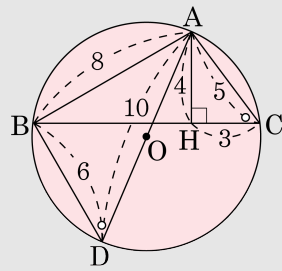
6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심을 O, 원 O의 지름을 $\overline{AD}$, 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $x + y$ 의 값은? (단, $x = \overline{AB}$, $y = \overline{BD}$)



[배점 5, 중상]

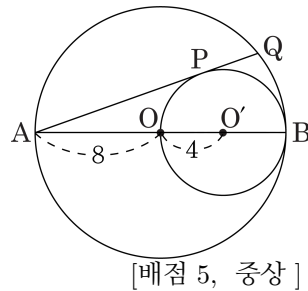
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설



$\angle B = 90^\circ$, $\angle ADB = \angle ACB$ ($\widehat{AB}$ 의 원주각)
따라서, $\triangle ABD \sim \triangle AHC$ 이고
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 1$
 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH} = 3$
 $\therefore x = 8, y = 6, x + y = 14$

7. 다음 그림과 같이 점 A에서 원 O'에 그은 접선 AP와 원 O와의 교점을 Q라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?

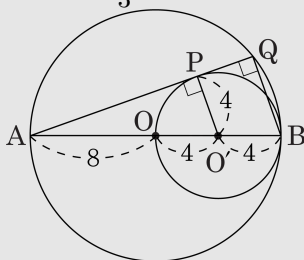


[배점 5, 중상]

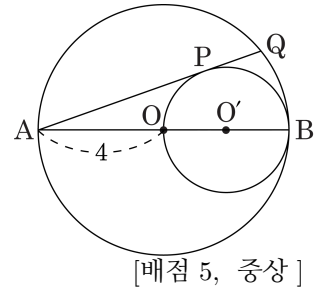
- ① $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ ② $\frac{17}{3}\sqrt{2}$ ③ $\frac{25}{3}\sqrt{2}$
④ $\frac{32}{3}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{40}{3}\sqrt{2}$

해설

$\overline{AP} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$
 $\triangle AO'P \sim \triangle ABQ$ 에서
 $12 : 16 = 8\sqrt{2} : \overline{AQ}$
 $12\overline{AQ} = 128\sqrt{2}$
 $\therefore \overline{AQ} = \frac{32}{3}\sqrt{2}$



8. 다음 그림에서 원 O'는 원 O의 반지름 OB를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O'와 점 P에서 접한다. 선분 AQ의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$
 $\overline{AP} = 4\sqrt{2}$
 $\triangle APO' \sim \triangle AQB$ 에서
 $6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$
 $\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

9. 다음은 「원 O에 내접하는 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고, 꼭지점 A에서 그은 현 AD와 $\overline{BC}$ 의 교점을 P라 할 때, $\overline{AC}$ 가 $\triangle CPD$ 의 외접원의 접선이다.」를 증명하는 과정이다. (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 구하여라.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle ABC = \angle ACB \dots \textcircled{가}$

$\overline{CD}$ 를 이으면

의 원주각으로

$\angle ABC = \textcircled{나} \dots \textcircled{다}$

$\textcircled{가}, \textcircled{다}$ 에서 $\angle ACB = \textcircled{나}$

따라서 $\overline{AC}$ 는 $\triangle CPD$ 의 외접원의 접선이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

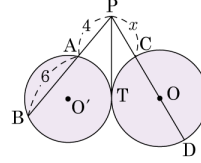
▶ 정답 : $\overline{AC}$

▶ 정답 : $\angle ADC$

해설

두 점 C와 D를 이으면 $\widehat{AC}$ 의 원주각으로 $\angle ABC = \angle ACB = \angle ADC$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원 O, O'의 공통접선이다. $\overline{PA} = 4$, $\overline{AB} = 6$ 이고 $\overline{PC} : \overline{CO} = 1 : 2$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



[배점 5, 중상]

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

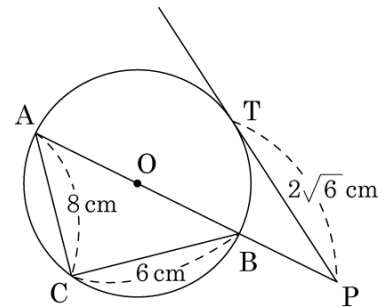
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$4 \times 10 = x \times 5x$$

$$8 = x^2$$

$$\therefore x = 2\sqrt{2}$$

11. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 원 O의 접선일 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 1 cm

② 2 cm

③ 3 cm

④ 4 cm

⑤ 5 cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{AB} = 10(\text{cm})$ 이므로

$\overline{PB} = x$ 라고 하면

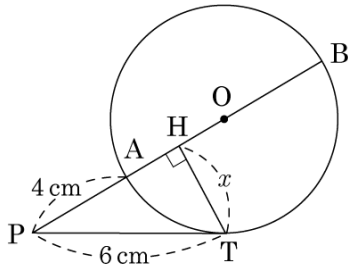
원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라

$$(2\sqrt{6})^2 = x \times (x + 10)$$

$$(x - 2)(x + 12) = 0$$

$\therefore \overline{PB} = 2(\text{cm})$ ($\because x > 0$) 이다.

12. 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{PT} = 6\text{cm}$ 일 때, 점 T 에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{30}{13}\text{cm}$ ② $\frac{29}{13}\text{cm}$ ③ $\frac{28}{13}\text{cm}$
 ④ $\frac{27}{13}\text{cm}$ ⑤ 2cm

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$6^2 = 4(4 + 2r)$$

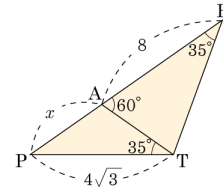
따라서, 원의 반지름은 $\frac{5}{2}(\text{cm})$

또, 보조선 $\overline{OT}$ 를 그으면, $\triangle OPT \sim \triangle TPH$ (AA 닮음)

$$\overline{OP} : \overline{PT} = \overline{OT} : \overline{TH} \text{ 이므로 } 4 + \frac{5}{2} : 6 = \frac{5}{2} : x$$

$$\therefore x = \frac{30}{13}(\text{cm})$$

13. 다음 그림에서 $\overline{PA} = x$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\angle ATP = \angle ABT = 35^\circ$, $\angle BAT = 60^\circ$ 이다. 이 때, x 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 35^\circ$ 이므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 세 점 A , T , B 는 한 원 위에 있다.

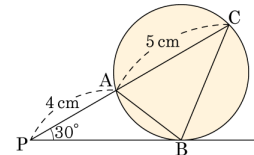
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = x \times (x + 8)$$

$$x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$(x - 4)(x + 12) = 0$$

$$\therefore x = 4$$

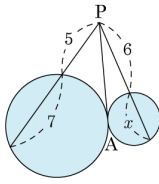
14. 다음 그림에서 $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고, $\angle BPC = 30^\circ$ 이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle PBA$ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① 5cm^2 ② $5\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ 6cm^2
 ④ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $7\sqrt{2}\text{cm}^2$

18. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중증]

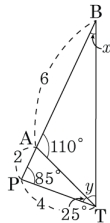
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$6(6+x) = 5(5+7) \\ \therefore x = 4$$

19. 다음 그림과 같은 $\triangle PTB$ 에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

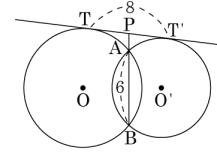
▶ 답 :

▷ 정답 : 20°

해설

$$4^2 = 2 \times (2+6), \text{ 즉 } \overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 이므로} \\ \text{다음 그림과 같이 } \overline{PT} \text{ 는 세 점 A, B, T 를 지나는} \\ \text{원의 접선이다.} \\ \angle x = \angle PTA = 25^\circ \\ \angle y = 180^\circ - 110^\circ - 25^\circ = 45^\circ \\ \therefore \angle y - \angle x = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$$

20. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원 O, O' 의 공통현이고, $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 공통접선이다. $\overline{TT'} = 8, \overline{AB} = 6$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

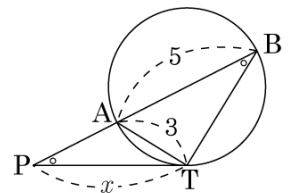
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PT} = \overline{PT'} = 4 \text{ 이다.} \\ \overline{PA} \text{ 를 } x \text{ 라 하면} \\ \overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 이므로} \\ 4^2 = x \times (x+6) \text{ 이다.} \\ x^2 + 6x - 16 = 0 \\ (x-2)(x+8) = 0 \\ \therefore x = 2 (\because x > 0)$$

21. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 이다. $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{PA} = \overline{AT} = 3, x^2 = 3 \times 8$$

$$x^2 = 24$$

$$\therefore x = 2\sqrt{6} (\because x > 0)$$

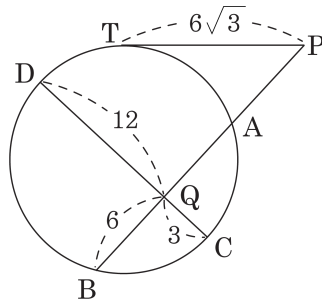
22. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 점 T는 접점이다. 이때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

[배점 3, 중하]

① 4 ② 5

③ 6 ④ 7

⑤ 8



해설

$$\overline{AQ} \times 6 = 3 \times 12, \overline{AQ} = 6$$

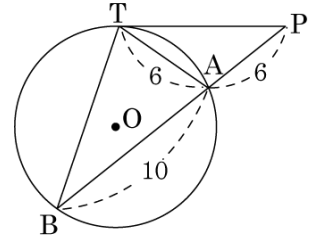
$$\overline{PA} = x \text{라 하면 } (6\sqrt{3})^2 = x(x + 12)$$

$$108 = x^2 + 12x, x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$(x + 18)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

23. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선, $\overline{PB}$ 는 할선이라고 할 때, $\overline{BT}$ 의 길이는?
(단, 점 T는 접점이다.)



[배점 3, 중하]

① $3\sqrt{6}$

② $4\sqrt{6}$

③ 5

④ $5\sqrt{6}$

⑤ 6

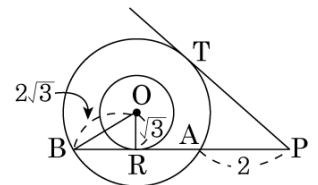
해설

$$\overline{PT}^2 = 6 \times 16 = 96, \overline{PT} = 4\sqrt{6} (\because \overline{PT} > 0)$$

$$\angle APT = \angle ATP = \angle ABT \text{이므로}$$

$$\overline{BT} = \overline{PT} = 4\sqrt{6}$$

24. 다음 그림에서 두 직선 PT, PR은 반지름의 길이가 각각 $2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ 인 두 동심원의 접선이고 두 점 T, R은 접점이다. $\overline{PA} = 2$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\overline{BR} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{12 - 3} = \sqrt{9} = 3$$

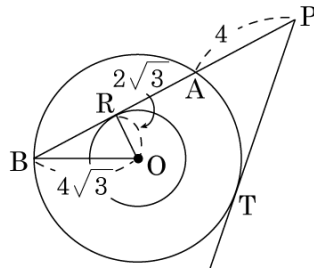
$$\overline{BR} = \overline{AR} = 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } \overline{PT}^2 = 2 \times 8$$

$$\overline{PT}^2 = 16$$

$$\therefore \overline{PT} = 4 (\overline{PT} > 0)$$

25. 다음 그림에서 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ 인 두 동심원의 접선 PT , PR 와 두 접점 T , R 가 있다. $\overline{PA} = 4$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길이를 구하면?



[배점 3, 중하]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

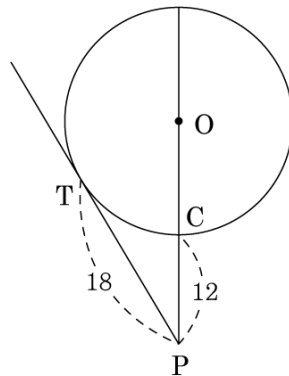
해설

$$\begin{aligned} \overline{BR} &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{48 - 12} \\ &= \sqrt{36} = 6 \\ \overline{BR} &= \overline{AR} = 6 \text{ 이므로} \\ \overline{PT}^2 &= \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } \overline{PT}^2 = 4 \times (4 + 12) \\ \overline{PT}^2 &= 64 \\ \therefore \overline{PT} &= 8 (\overline{PT} > 0) \end{aligned}$$

26. 다음 그림과 같이 $\overrightarrow{PT}$ 가 원 O 의 접선이고 $\overline{PT} = 18$, $\overline{CP} = 12$ 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?

[배점 3, 하상]

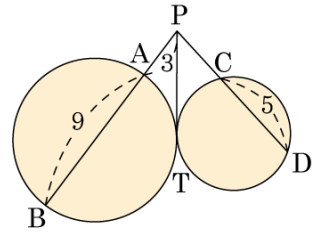
- ① 12 ② 13
③ 14 ④ 15
⑤ 16



해설

지름의 길이를 x 라고 하면,
원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라
 $18^2 = 12 \times (12 + x)$ 이므로
 $x = 15$ 이다.

27. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원에 공통으로 접하고 $\overline{PA} = 3$, $\overline{AB} = 9$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



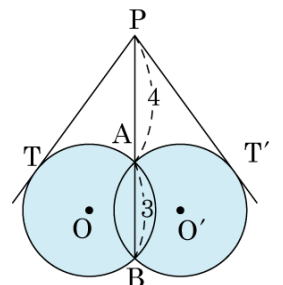
[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} \overline{PT}^2 &= \overline{PA} \cdot \overline{PB}, \overline{PT}^2 = \overline{PC} \cdot \overline{PD} \\ \therefore \overline{PA} \cdot \overline{PB} &= \overline{PC} \cdot \overline{PD} \\ \overline{PC} &= x \text{ 라 하면} \\ 3 \times (3 + 9) &= x \times (x + 5) \\ (x + 9)(x - 4) &= 0 \\ \therefore x &= 4 \end{aligned}$$

28. 다음 그림에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 각각 두 원 O , O' 의 접선이고 두 점 T , T' 은 접점이다. $\overline{AB} = 3$, $\overline{PA} = 4$ 일 때, $\overline{PT} \cdot \overline{PT'}$ 의 값은?



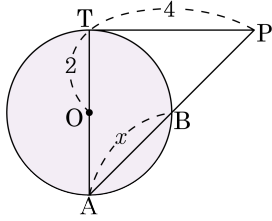
[배점 3, 하상]

- ① 28 ② 27 ③ 26 ④ 25 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} \overline{PT}^2 &= \overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PT'}^2 \text{ 이므로 } \overline{PT} = \overline{PT'} \\ \overline{PT}^2 &= 4 \times 7 = 28 \\ \therefore \overline{PT} &= 2\sqrt{7} \\ \overline{PT} \cdot \overline{PT'} &= 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{7} = 28 \end{aligned}$$

29. 다음 그림에서 T는 원 O의 접점일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle APT$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AP} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$

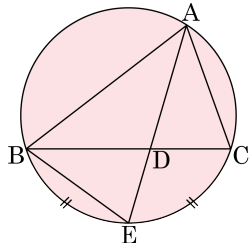
$$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \cdot \overline{PA}$$

$$4^2 = (4\sqrt{2} - x)4\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - x$$

$$\therefore x = 2\sqrt{2}$$

30. 다음 그림과 같이 $\widehat{BC}$ 의 중점을 E라 하고 점 E에서 점 A로 그은 직선과 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 D라 하자, $\overline{BE} = 6$, $\overline{DE} = 3$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

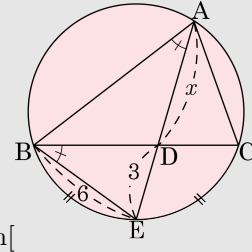


[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 9

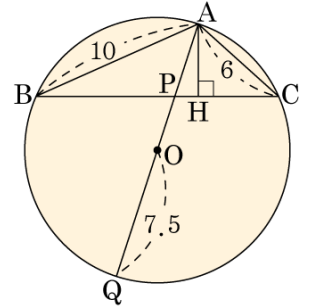
해설



다음 그림에서

$$6^2 = 3 \times (3 + x) \quad \therefore x = 9$$

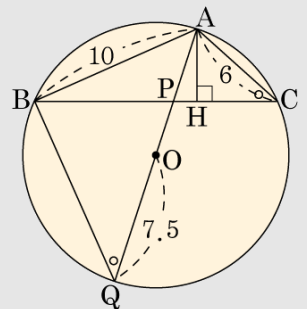
31. 다음 그림에서 원 O에서 삼각형 ABC의 외접원이고 $\overline{AQ}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

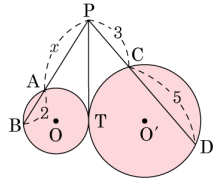
해설



$\triangle ABQ \sim \triangle AHC$ 이므로 $10 : \overline{AH} = 15 : 6$

$$10 \times 6 = 15\overline{AH} \quad \therefore \overline{AH} = 4$$

32. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원의 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답 : 4

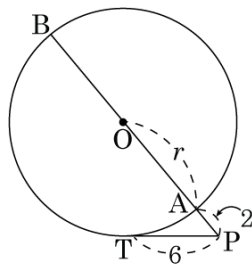
해설

$$x(x + 2) = 3 \times 8$$

$$x = 4, -6$$

x 는 길이이므로 $x = 4$

33. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 원 O 의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{PT} = 6$, $\overline{PA} = 2$ 일 때, 원 O 의 반지름 r 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답 : 8

해설

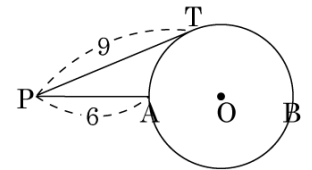
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 이므로}$$

$$6^2 = 2 \times (2 + r + r) \text{ 이다.}$$

$$36 = 4 + 4r$$

$$\therefore r = 8$$

34. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고, T는 접점이다. 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

반지름의 길이를 r 라 하면

$$6(6 + 2r) = 9^2, 36 + 12r = 81$$

$$\therefore r = \frac{15}{4}$$