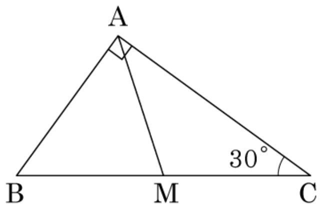
실력 확인 문제

1. 다음 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ABM$ 은 무슨 삼각형인지 말하여라.



[배점 2, 하하]

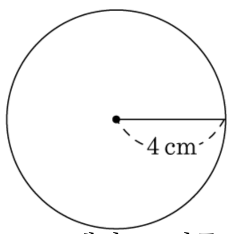
▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$\overline{AM} = \overline{MC}$, $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형,
$\angle MAC = \angle MCA = 30^\circ$, $\angle BAM = 60^\circ$
$\angle MBA = 60^\circ$, $\angle BAM = 60^\circ$, $\angle AMB = 60^\circ$
이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.

2. 지원이는 그림과 같은 원에 원의 둘레 위에 꼭짓점을 두는 직각삼각형을 그리려고 한다. 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

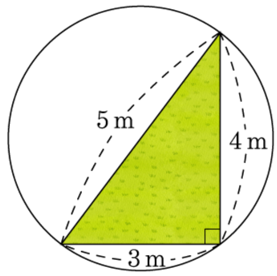
▶ 답 :

▷ 정답 : $8\,\mathrm{cm}$

해설

삼각형의 외심에서 꼭짓점까지의 거리는 외접원의 반지름과 같고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 있으므로 빗변의 길이는 외접원의 반지름의 두 배이다.
따라서, $2 \times 4 = 8(\mathrm{cm})$ 이다.

3. 민호는 그림과 같이 직각삼각형 모양의 잔디 밭에 원 모양의 테두리를 두르려고 한다. 테두리를 둘렀을 때, 원의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

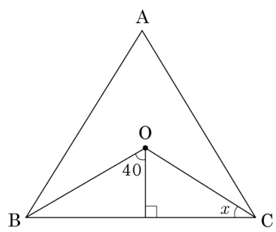
▶ 답 :

▷ 정답 : $6.25\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

직각삼각형이므로 빗변의 중심에 외심이 있다. 그러므로 원의 반지름은 $2.5\,\mathrm{cm}$ 이다.
따라서 원의 넓이는 $\pi(2.5\,\mathrm{cm})^2 = 6.25\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

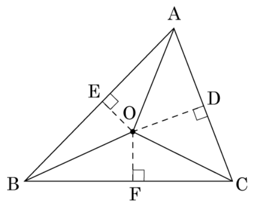
▶ 답 :

▷ 정답 : 50°

해설

점 O 에서 선분 BC 로 내린 수선의 발을 점 D 라고 할 때, $\triangle OBD \equiv \triangle ODC$ 이므로,
$\angle BOD = \angle DOC = 40^\circ$ 이다.
따라서 x 는 $180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 O 가 삼각형 ABC 의 외심일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{OA} = \overline{OB}$

㉡ $\overline{OE} = \overline{OF}$

㉢ $\overline{AB} = \overline{BC}$

㉣ $\overline{AD} = \overline{CD}$

㉤ $\overline{AE} + \overline{OE} = \overline{BC}$

[배점 3, 하상]

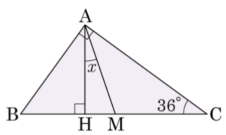
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡, ㉢, ㉤은 알 수 없다.

6. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

① 15° ② 18° ③ 20°

④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이기 때문에

$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.

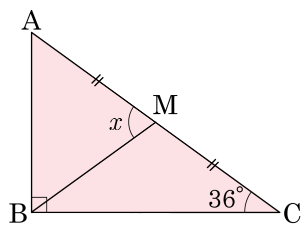
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡

$\angle A = 90$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로

㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$

따라서 $\angle x = 18°$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

① 62° ② 64° ③ 68°

④ 70° ⑤ 72°

해설

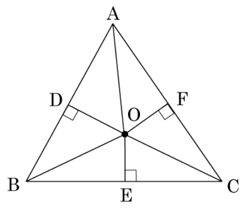
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle MCB = \angle MBC = 36°$

$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

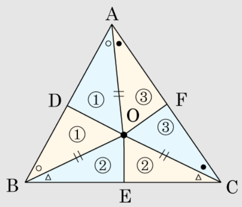
① $\angle BAO = \angle OBA$　　② $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$

③ $\overline{AD} = \overline{BD}$　　④ $\triangle OCF \equiv \triangle OCE$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

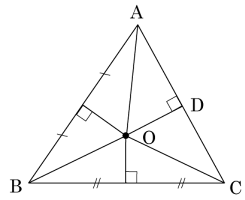
해설

그림에서 보듯이



1. $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$
2. $\triangle BOE \equiv \triangle COE$
3. $\triangle AOF \equiv \triangle COF$

9. 다음은「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로
$\overline{OA} = \overline{OB}$ ……㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로
$\overline{OB} = \overline{OC}$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \boxed{\quad}$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \boxed{\quad}$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD = \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

[배점 3, 중하]

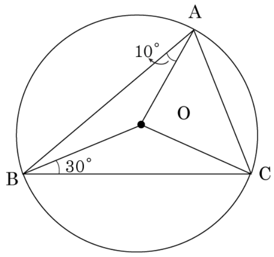
① $\overline{OC}$　　② $\overline{OD}$　　③ $\overline{OA}$

④ $\overline{AD}$　　⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

10. 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OAB $= 10°$, $\angle$OBC $= 30°$ 일 때, $\angle$OAC 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$

④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle OAB = \angle OBA,\ \angle OBC = \angle OCB,$

$\angle OAC = \angle OCA$

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$

$\therefore \angle OAC = 90° - 40° = 50°$