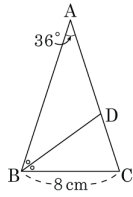


실력 확인 문제

1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 변 AC 와의 교점을 D 라 할 때, $\triangle BDC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



[배점 2, 하하]

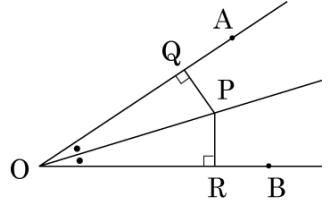
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

$\angle B = 72^\circ$ 이므로 $\angle ABD = 36^\circ$ 이다.
따라서 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.
 $\angle BDC = 72^\circ$, $\angle BCD = 72^\circ$ 이므로 두 내각의 크기가 같으므로 $\triangle BDC$ 는 이등변삼각형이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\angle QOP = \angle ROP$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\angle OQP = \angle ORP$
- ㉡ $\angle AOP = \angle BOP$
- ㉢ $\overline{QP} = \overline{RP}$
- ㉣ $\overline{OR} = \overline{PR}$
- ㉤ $\overline{OQ} = \overline{OP}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

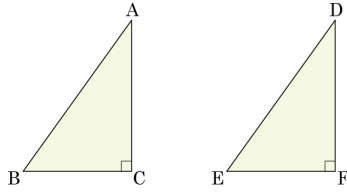
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{OP}$ 가 $\angle QOR$ 을 이등분하므로, $\triangle QOP \cong \triangle POR$ 이다.
 $\overline{OR} = \overline{PR}$, $\overline{OQ} = \overline{OP}$ 는 잘못 되었다.

3. 다음은 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 RHS 합동임을 보이려는 과정이다. 보이기 위해 필요한 것들로 옳은 것은?



[증명]

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)

[배점 2, 하중]

- ① $\angle A = \angle B$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
 ② $\angle B = \angle E$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
 ③ $\angle B = \angle E$, $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
 ④ $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
 ⑤ $\angle C + \angle F = 360^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

두 직각삼각형, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 같아야 하므로,

(두 직각삼각형이다.) $\Rightarrow \angle C = \angle F = 90^\circ$

(빗변의 길이가 같다) $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DE}$

(다른 한 변의 길이가 같다.)

$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{FE}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DF}$

따라서, 필요한 것은

$\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ 또는

$\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ 이다.

4. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. () 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[증명]

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서

$\angle POA =$ (①) ㉠

(②) 는 공통 ㉡

(③) $= \angle OBP = 90^\circ$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동

$\therefore$ (⑤) $= \overline{PB}$

[배점 3, 하상]

- ① $\angle POB$ ② $\overline{OP}$ ③ $\angle OAP$
 ④ RHS ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서 $\angle POA = (\angle POB)$ ㉠

($\overline{OP}$) 는 공통 ㉡

($\angle OAP$) $= \angle OBP = 90^\circ$ ㉢

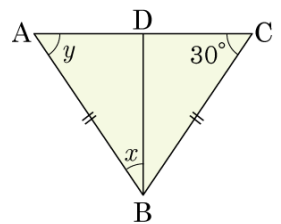
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$

(RHA) 합동

$\therefore (\overline{PA}) = \overline{PB}$

이상에서 옳지 않은 것은 ④이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $BD \perp \overline{AC}$ 일 때, $x - y$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 20° ② 30° ③ 35°
 ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

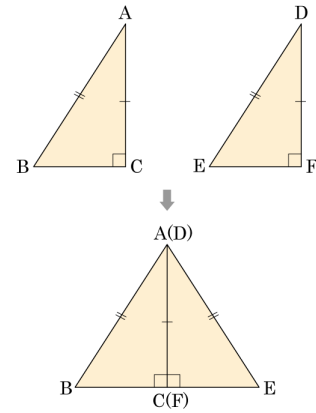
$$\angle y = 30^\circ$$

또 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 이므로 $\angle ADB = 90^\circ$

$$\text{따라서 } \angle x = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$$\therefore x - y = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

6. 다음은 “ $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ 이면 두 직각삼각형 ABC , DEF 는 서로 합동이다.” 를 증명하는 과정이다.



$\triangle DEF$ 를 뒤집어 길이가 같은 두 변 AC 와 DF 를 겹치게 하면

$$\angle C = \angle F = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

또, $\angle BCE = 180^\circ$ 로 되어 $\overline{BC}$ 와 $\overline{CE}$ 는 한 직선으로 된다.

여기서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이 되므로 $\angle B = (가) \dots \textcircled{2}$

$$\text{따라서 } \angle BAC = 180^\circ - (\angle B + 90^\circ) = 180^\circ - (\angle E + 90^\circ) = (나) \dots \textcircled{3}$$

$$\therefore \angle BAC = (나) \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (다 합동)

(가)~(다)에 들어갈 것으로 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

① (가) $\angle E$

② (가) $\angle D$

③ (나) $\angle DEF$

④ (나) $\angle ABC$

⑤ (다) SAS

해설

$\triangle DEF$ 를 뒤집어 길이가 같은 두 변 AC 와 DF 를 겹치게 하면

$$\angle C = \angle F = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

또, $\angle BCE = 180^\circ$ 로 되어 $\overline{BC}$ 와 $\overline{CE}$ 는 한 직선으로 된다.

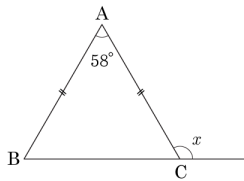
여기서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이 되므로 $\angle B = (\angle E) \dots \textcircled{2}$

$$\text{따라서 } \angle BAC = 180^\circ - (\angle B + 90^\circ) = 180^\circ - (\angle E + 90^\circ) = (\angle EDF)$$

$$\therefore \angle BAC = (\angle EDF) \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (SAS 합동)

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 58^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

- ① 118° **② 119°** ③ 120°
④ 121° ⑤ 122°

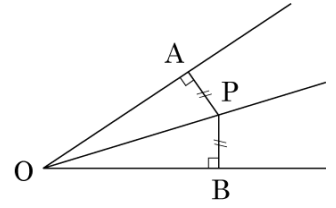
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 58^\circ) = 61^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ$$

8. 다음 그림에서 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이고 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 일 때, 다음 중 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\overline{AO} = \overline{BO}$
㉡ $\angle APO = \angle BPO$
㉢ $\angle AOB = \angle APB$
㉣ $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
㉤ $\angle AOP = \angle BOP$
㉥ $\overline{OA} = \overline{OB}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉤

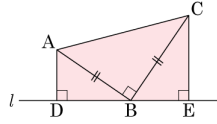
해설

$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동)이다.

$$\ominus \angle AOB \neq \angle APB$$

$$\omin� \overline{OA} \neq \overline{OB}$$

9. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CB}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. 다음은 $\overline{AD} = \overline{BE}$ 임을 증명하는 과정이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



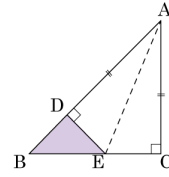
$\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
 $\angle ADB = \textcircled{1} \angle BEC = 90^\circ \dots \textcircled{1}$
 $\overline{AB} = \textcircled{2} \overline{CB} \dots \textcircled{1}$
 $\angle ABC = 90^\circ$ 이므로 $\angle ABD + \angle CBE = 90^\circ$
 또, $\triangle ADB$ 에서 $\textcircled{3} \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$
 $\textcircled{4} \therefore \angle BAD = \angle CBE \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{2}$ 에 의하여
 $\triangle ADB \equiv \triangle BEC (\textcircled{5} \text{RHA 합동})$

[배점 3, 중하]

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle BEC$ 에서
 $\angle ADB = \textcircled{1} \angle BEC = 90^\circ \dots \textcircled{1}$
 $\overline{AB} = \textcircled{2} \overline{CB} \dots \textcircled{1}$
 $\angle ABC = 90^\circ$ 이므로 $\angle ABD + \angle CBE = 90^\circ$
 또, $\triangle ADB$ 에서 $\textcircled{3} \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$
 $\textcircled{4} \therefore \angle BAD = \angle CBE \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{2}$ 에 의하여
 $\triangle ADB \equiv \triangle BEC (\textcircled{5} \text{RHA 합동})$

10. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ADE = 90^\circ$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $\angle DAE = \angle CAE$ ② $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC}$
 ③ $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ ④ $\overline{BE} = \overline{EC}$
 ⑤ $\angle DEB = \angle BAC$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow \angle A = \angle B = 45^\circ$
 $\square ADEC$ 에서 $\angle DEC = 360^\circ - (90^\circ \times 2 + 45^\circ) = 135^\circ$
 $\angle DEB = 180^\circ - \angle DEC = 45^\circ$
 $\angle DEB = \angle BAC = 45^\circ (\textcircled{5})$
 $\angle B = \angle DEB = 45^\circ$ 이므로 $\triangle DEB$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow \overline{DB} = \overline{DE} \dots \textcircled{1}$
 $\triangle AED$ 와 $\triangle AEC$ 에서
 i) $\overline{AE}$ 는 공통
 ii) $\overline{AD} = \overline{AC}$ (가정)
 iii) $\angle ADE = \angle ACE = 90^\circ$ (가정) (③)
 i), ii), iii) 에 의해 $\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동)이다. 합동인 대응각의 크기는 같으므로
 $\angle DAE = \angle CAE (\textcircled{1})$
 합동인 대응변의 크기는 같으므로 $\overline{DE} = \overline{EC} \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = \overline{EC} (\textcircled{2})$