단원 종합 평가

1. 농도가 5% 인 소금물과 8% 의 소금물을 섞어서 농도가 7% 인 소금물로 만들었다. 농도가 5% 인 소금물의 양을 x g, 8% 의 소금물의 양을 y g 라고 하여 식을 세웠다. 이 식으로 맞는 것은? [배점 3, 중하]

① $\frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100}xy$

② $5x+8y=x+y$

③ $\frac{8}{100}x+\frac{5}{100}y=\frac{7}{100}(x+y)$

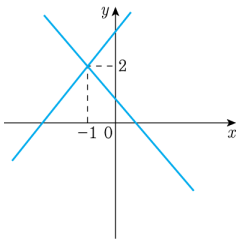
④ $\frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100}(x+y)$

⑤ $\frac{5}{100}x+\frac{8}{100}x=\frac{7}{100}y$

해설

$\frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100}(x+y)$

2. 연립방정식 $\begin{cases} ax+y=3 \\ x-by=-3 \end{cases}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b의 값을 각각 차례대로 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=-1$

▷ 정답: $b=1$

해설

$x=-1$, $y=2$를 각 일차방정식에 대입하면 $-a+2=3$, $a=-1$이고 $-1-2b=-3$, $b=1$이다.

3. 점 $(3k,\ k)$가 일차함수 $y=-2x+7$의 그래프 위의 점일 때, k^2-2k의 값은? [배점 4, 중중]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

점 $(3k,\ k)$가 일차함수 $y=-2x+7$의 그래프 위의 점이므로 $x=3k$, $y=k$를 대입하면,

$k=-2\times 3k+7$이 성립하므로

$7k=7$

$k=1$이다.

$\therefore\ k^2-2k=1^2-2\times 1=-1$이다.

4. 두 직선 $2x+3y-3=0$, $x-y+1=0$ 의 교점을 지나고 직선 $2x-y=3$ 과 평행인 직선의 방정식의 x 절편은? [배점 4, 중중]

① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

두 직선 $2x+3y-3=0,\ x-y+1=0$ 의 교점은 $(0,\ 1)$ 이고, $2x-y=3 \ \rightarrow \ y=2x-3$ 과 평행이므로 기울기가 같다. 따라서 $y=2x+b$ 에 $x=0,\ y=1$ 을 대입한다. $1=2\times 0+b,\ b=1$

$\therefore\ y=2x+1$

이 방정식의 x 절편은 $y=0$ 일 때의 x 값이므로, x 절편은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

5. 일차함수 $ax+y=2$ 의 그래프가 $y=x+4$ 와 제 3 사분면에서 만날 때, a 의 범위를 구하면?

[배점 4, 중중]

① $a<-\frac{1}{2}$ ② $-1<a<-\frac{1}{2}$

③ $a>\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}<a<1$

⑤ $\frac{1}{2}\le a\le 1$

해설

평행하거나 $(-4,\ 0)$ 과 만나는 직선 사이에서 움직여야하므로

$y=-ax+2$ 가 평행할 때는

$-a=1,\ a=-1$ 이고,

점 $(-4,\ 0)$ 과 만날 때의 기울기는 $\frac{1}{2}$ 이므로 $a=-\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 a 의 범위는 $-1<a<-\frac{1}{2}$

6. 두 개의 일차함수 $y=ax+1$(단, $a>0$), $y=-2x+b$ 가 있다.

이 두 함수의 정의역은 $X=\{x\mid -1\le x\le 2\}$ 이고 치역은 일치한다. 이 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 0

해설

$y=ax+1$(단, $a>0$), $y=-2x+b$ 가 있다.

이 두 함수의 정의역 $X=\{x\mid -1\le x\le 2\}$ 에 대한 치역을 각각 구해보면

$\{y\mid -a+1\le y\le 2a+1\}$

$\{y\mid -4+b\le y\le 2+b\}$

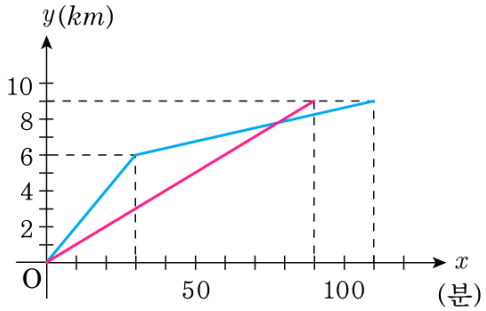
$-a+1=-4+b \quad \cdots ①$

$2a+1=b+2 \quad \cdots ②$

①, ②를 연립하여 풀면 $a=2,\ b=3$

$\therefore\ b-a=3-2=1$

7. 다음 그래프는 형과 동생이 9km 떨어진 할머니 댁에 가는데 간 거리와 시간과의 관계를 나타낸 그래프이다. 동생이 자전거를 타고 가다가 도중에 고장이 나서 자전거를 끌고 가고, 형은 일정한 속도로 걸어서 갔다고 한다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 5, 중상]

① 할머니 댁에 먼저 도착한 사람은 형이다.

② 형의 속력은 시속 9km이다.

③ 동생의 자전거가 고장난 지점은 집에서 6km 떨어진 곳이다.

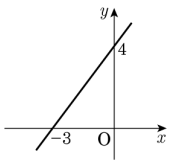
④ 동생의 자전거가 고장나기 전의 자전거의 속력은 시속 12km이다

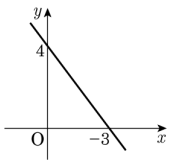
⑤ 동생의 자전거가 고장난 것은 집에서 출발한지 30분 후이다.

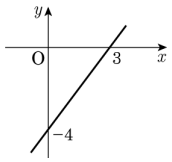
해설

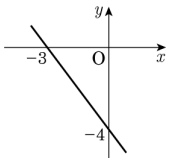
② 90분 $\rightarrow \frac{3}{2}$ 시간, 형의 속력 $= \frac{9}{\frac{3}{2}} = 6$

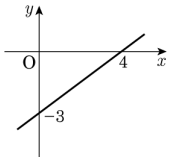
8. 일차함수 $4x - 3y - 12 = 0$의 그래프를 옳게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① 

② 

③ 

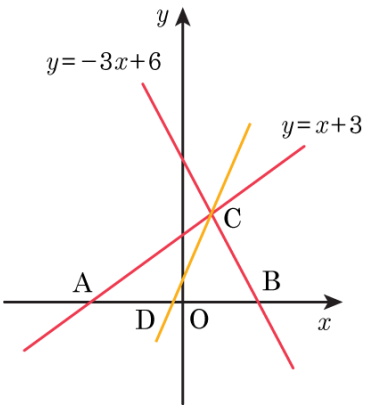
④ 

⑤ 

해설

x절편이 3, y절편이 -4이다.
따라서 ③이다.

9. 다음 그림과 같이 두 직선 $y = x + 3$ 과 $y = -3x + 6$의 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 두 직선의 교점을 C 라고 하자. 점 C 를 지나고 △ABC 의 넓이를 이등분하는 직선 CD 의 y 절편은?



[배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

A$(-3,\ 0)$, B$(2,\ 0)$, C$\left(\frac{3}{4},\ \frac{15}{4}\right)$ 이고
$\triangle ACD = \triangle BCD$ 일 때 D 는 A, B 의 중점이므로
D$\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$
C, D 를 지나는 직선의 방정식은 $y = 3x + \frac{3}{2}$
$\therefore$ (y절편) $= \frac{3}{2}$

10. 두 일차함수 $y = ax + 3$과 $y = bx - \frac{b}{2}$의 그래프가 일치할 때, $y = ax + b$의 그래프의 x절편과 y절편의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

일치할 조건에서
$a = b,\ 3 = -\frac{b}{2},\ b = -6,\ a = -6$
$y = ax + b = -6x - 6$
x절편 : $-6x - 6 = 0,\ x = -1$
y절편 : -6
$\therefore\ -1 - 6 = -7$

11. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $S(n) = \frac{f(p+1) - f(1)}{(-1) \times 1} + \frac{f(p+2) - f(2)}{(-1)^2 \times 2} + \frac{f(p+3) - f(3)}{(-1)^3 \times 3} - \cdots + \frac{f(p+n) - f(p)}{(-1)^n \times n}$ 라고 정의한다. $S(1) + S(3) + S(5) + \cdots + S(99) = 200$ 일 때, $f(x)$ 의 기울기를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{4}{p}$

해설

$S(1) = -f(p+1) + f(1)$
$S(3)$
$= -f(p+1) + f(1) + f(p+2) - f(2) - f(p+3) + f(3)$
$= S(1) - \frac{f(p+3) - f(p+2)}{(p+3) - (p+2)} + \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2}$ 에서
$\frac{f(p+3) - f(p+2)}{(p+3) - (p+2)} = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} =$ (기울기)
이므로 $S(3) = S(1)$
같은 방법으로
$S(1) = S(3) = S(5) = S(7) = \cdots = S(99)$ 이다.
$S(1)+S(3)+S(5)+\cdots+S(99) = 50 \times S(1) = 200$
이므로 $S(1) = 4$
일차함수 $f(x) = ax + b$ 라 하면
$S(1) = -f(p+1) + f(1)$
$= -a(p+1) - b + a + b$
$= -ap = 4$
$\therefore\ a = -\frac{4}{p}$
따라서 $f(x)$ 의 기울기는 $-\frac{4}{p}$ 이다.

12. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프가 $y = 2x + 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$y = ax + b$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로
$y = a(x+2) + b - 3 = ax + 2a + b - 3$
이것이 $y = 2x + 4$ 의 그래프와 일치하므로 $a = 2$
$2a + b - 3 = 4$ 에서 $b = 3$
$\therefore\ a + b = 5$

13. 직선 $3x - ay = b$는 x의 값의 증가량이 2일 때 y의 값의 증가량은 -6이고, $x = 2$일 때, $y = -1$이다. 일차함수 $y = ax + b$의 x절편을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$3x - ay = b$에서

$\frac{3}{a} = \frac{-6}{2}$

$y = \frac{3}{a}x - \frac{b}{a}$

(기울기) $= \frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$ 이므로

$\therefore a = -1$

$a = -1$, $x = 2$, $y = -1$을 $3x - ay = b$에 대입하면 $b = 5$

즉, $y = ax + b = -x + 5$에서 $0 = -x + 5$이므로 x절편은 5이다.

14. 일차함수 $f(x) = ax + b$에서 $f\left(x + \frac{3}{2}\right) - f(x) = -6$, $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$일 때, ab의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$f\left(x + \frac{3}{2}\right) - f(x) = -6$에서

$a\left(x + \frac{3}{2}\right) + b - (ax + b) = -6$

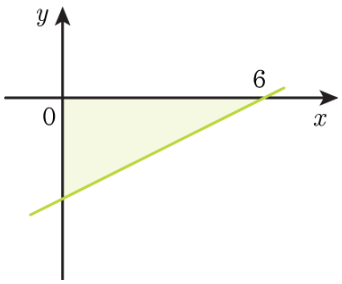
$\frac{3}{2}a = -6$, $a = -4$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$에서

$(-4) \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b = \frac{9}{2}$, $b = \frac{5}{2}$

$\therefore ab = (-4) \times \frac{5}{2} = -10$

15. 다음은 일차함수 $y = ax + b$의 그래프를 좌표평면 상에 나타낸 것이다. 색칠한 부분의 넓이가 12일 때, $-(a \times b)$의 값을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

색칠한 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times x = 12$, $x = 4$이다.

그런데 y절편이 음수이므로 $b = -4$이고,

이 그래프의 x절편이 $(6, 0)$이므로 $a = \frac{2}{3}$이다.

$-(a \times b) = -\frac{2}{3} \times (-4) = \frac{8}{3}$이다.