

단원 종합 평가

1. 점 $(k+3, -4)$ 가 일차방정식 $2x+3y=6$ 의 그래프 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2x+3y=6$ 에 $(k+3, -4)$ 를 대입하면
 $2(k+3)+3 \times (-4)=6$
 $2k+6-12=6$
 $2k=12$
 $\therefore k=6$

2. 어느 이동통신 회사의 회원으로 가입한 윤영이의 통화 요금 체제는 다음과 같다.

- ㉠ 통화를 하지 않더라도 6,000 원을 기본요금으로 내야한다.
- ㉡ 주간(통화)에 통화하면 1 분에 100 원의 요금이 나온다.
- ㉢ 야간에 통화를 하게 되면 1 분에 50 원의 요금이 나온다.
- ㉣ 주간과 야간에 통화를 한 시간이 같다.

요금의 총 액수를 일차함수 형태로 나타내어라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=150x+6000$

해설

주간에 통화를 한 시간이 x 분 이라고 하면, 야간에 통화를 한 시간도 x 분이다.
 통화요금 총 액수를 y 라 놓으면 통화요금은 기본요금에 주간, 야간에 통화를 한 요금을 합치면 된다.
 $y=6000+100x+50x, y=150x+6000$

3. 일차방정식 $2x-2ay+4=0$ 의 그래프의 기울기는 $\frac{1}{3}$ 이고, 일차함수 $y=ax-a+2$ 의 그래프의 x 절편은 b 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=\frac{1}{a}x+\frac{2}{a}$ 의 기울기는 $\frac{1}{3}$ 이므로 $a=3$ 이다.
 $y=3x-1$ 의 x 절편은 $b=\frac{1}{3}$ 이다.
 따라서 $ab=1$

4. 다음 일차방정식의 그래프는 x 절편이 b , y 절편이 4 이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

$$ax+2(a+2)y-8=0$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

y 절편이 4 이므로 $(0, 4)$ 를 $ax+2(a+2)y-8=0$ 에 대입하면 $2(a+2)4-8=0$ 이므로 $a=-1$ 이다.
 x 절편이 b 이므로 $(b, 0)$ 를 $-x+2y-8=0$ 에 대입하면 $-b-8=0, b=-8$ 이다.
 따라서 $a+b=-9$ 이다.

5. x, y 에 관한 두 일차방정식 $5x - 2y - 7 = 0$, $-2x + 3y - 6 = 0$ 의 그래프가 점 $P(\alpha, \beta)$ 에서 만날 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

[배점 4, 중증]

- ① -6 ② -3 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

두 직선의 교점은 연립방정식의 해가 된다.

$$\begin{cases} 15x - 6y - 21 = 0 \cdots \textcircled{1} \\ -4x + 6y - 12 = 0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②를 하면, $x = 3$, $y = 4$ 이므로 점 $P(3, 4)$

6. 두 일차함수 $y = (2m+2)x - m - n$, $y = (m+n)x + m + 1$ 의 그래프가 일치할 때, 상수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2m + 2 = m + n$, $-m - n = m + 1$ 이므로

$$\begin{cases} m - n = -2 \\ 2m + n = -1 \end{cases}$$

연립방정식의 해를 구하면, $m = -1$, $n = 1$ 이다.

$\therefore m + n = (-1) + (1) = 0$

7. $y = -2a - 1$ 의 그래프는 $y = 3x + 2$ 의 그래프와 평행하고, $2y = bx + 4$ 의 그래프가 $y = 5x + 2$ 의 그래프와 만나지 않을 때, $4a - \frac{b}{2}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: -11

해설

$y = -2a - 1$ 와 $y = 3x + 2$ 는 평행하므로 $-2a = 3$ 이다. 따라서 $a = -\frac{3}{2}$ 이다.

$2y = bx + 4$ 의 그래프는 $y = 5x + 2$ 의 그래프와 만나지 않으므로 평행하다.

$2y = bx + 4$, $y = \frac{b}{2}x + 2$ 이므로 $\frac{b}{2} = 5$, $b = 10$ 이다.

따라서 $4a - \frac{b}{2} = 4 \times \left(-\frac{3}{2}\right) - \frac{10}{2} = -6 - 5 = -11$ 이다.

8. 일차함수 $y = (5k - 1)x + 3k$ 의 그래프가 제 1, 2, 4사분면을 지나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $k > 0$ ② $k < \frac{1}{5}$
③ $0 \leq k \leq \frac{1}{5}$ ④ $0 < k < \frac{1}{5}$
⑤ $k > \frac{1}{5}$

해설

제 1, 2, 4사분면을 지나려면 오른쪽 아래를 향하고 양의 y 절편 값을 가지므로

$5k - 1 < 0$, $3k > 0$ 이어야한다.

그러므로 $0 < k < \frac{1}{5}$

9. 두 직선 $\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 4y = -12 \end{cases}$ 의 교점을 지나고, 직선 $3x + 5y + 1 = 0$ 과 평행한 직선의 x 절편을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = -2 \\ 5x + 4y = -12 \end{cases} \quad \text{에서 } x = -4, y = 2$$

$$3x + 5y + 1 = 0 \quad \therefore y = -\frac{3}{5}x - \frac{1}{5}$$

기울기가 $-\frac{3}{5}$ 이고, 점 $(-4, 2)$ 를 지나는
 직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}$
 따라서 x 절편은 $0 = -\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}$, $x = -\frac{2}{3}$ 이다.

10. 두 일차함수 $y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프와, x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 y 축을 기준으로 나누면 정확히 이등분된다. 이때, $\frac{a+b}{a-b}$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프는 y 절편이 서로 같으므로 $y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프와, x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 y 축을 기준으로 나누면 정확히 이등분되려면 두 그래프의 x 절편의 부호는 반대이고 절댓값은 같아야 한다.
 각각의 x 절편은 $-\frac{c}{a}$, $-\frac{c}{b}$ 이므로
 $\therefore a = -b$
 따라서 $\frac{a+b}{a-b} = \frac{-b+b}{-b-b} = 0$ 이다.

11. 직선 $y = px + 2p - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 후, y 축에 대하여 대칭이동한 직선이 원점을 지날 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$y = px + 2p - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면
 $y = p(x - 1) + 2p - 1$ 이므로 $y = px + p - 1$
 또, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -px + p - 1$
 이 그래프가 원점을 지나면 y 절편이 0 이 되어야
 하므로 $0 = p - 1$
 $\therefore p = 1$

12. 다음 두 점 $(-1, 4)$, $(2, 5)$ 를 지나는 직선에 평행한 직선을 그래프로 갖는 일차함수는? [배점 5, 상하]

① $y = 3x + 1$

② $y = -3x + 5$

③ $y = x - 3$

④ $y = \frac{1}{3}x - 2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x - 3$

해설

(기울기) $= \frac{5 - 4}{2 - (-1)} = \frac{1}{3}$

13. 두 직선 ℓ, m 의 기울기가 각각 $\frac{1}{2}, -3$ 이고, 교점의 좌표가 $P(2, -1)$ 이다. ℓ, m 이 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{6}$

해설

$\ell: y = \frac{1}{2}x + b$ 에 점 $(2, -1)$ 을 대입하면

$-1 = 1 + b$ 에서 $b = -2$

$\ell: y = \frac{1}{2}x - 2$

x 절편: $0 = \frac{1}{2}x - 2, x = 4$

$m: y = -3x + c$ 에 점 $(2, -1)$ 을 대입하면

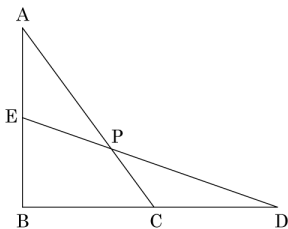
$-1 = -6 + c$ 에서 $c = 5$

$m: y = -3x + 5$

x 절편: $0 = -3x + 5, x = \frac{5}{3}$

$\triangle PAB = \left(4 - \frac{5}{3}\right) \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$

14. 다음 그림의 삼각형 ABC, BDE 에서 $\angle ABD = 90^\circ$ 이고, 점 E 는 선분 AB 의 중점, 점 P 는 변 AC 와 DE 의 교점이다. 사각형 $PCBE$ 의 넓이는 삼각형 PAE, PCD 의 넓이의 합과 같고, $\frac{BD}{EB} = k$ 일 때, $\frac{BC}{AB}$ 의 값을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.



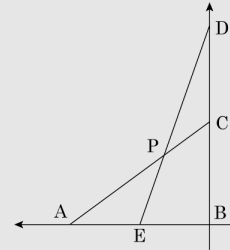
[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{k}{4}$

해설

주어진 도형을 다음 그림과 같이 점 B 가 좌표평면의 원점에 오도록 그래프를 옮기고 $\overline{AE} = \overline{EB} = a$ 라 하면



선분 $\overline{ED}$ 의 기울기 $= \frac{\overline{BD}}{\overline{EB}} = k$ 이므로

$\overline{BD} = ak$

한편 $\overline{AE} = \overline{EB}$ 이므로 $\triangle PAE = \triangle PEB$

또, $\triangle PAE + \triangle PDC = \triangle PCBE$ 이므로

$\triangle PCD = \triangle PBC$

$\therefore \overline{CB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}ak$

$\therefore \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\frac{1}{2}ak}{2a} = \frac{k}{4}$

15. 일차함수 $y = mx - 1$ 의 그래프의 정의역과 치역이 모두 집합 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq n\}$ 와 같을 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$x = 0$ 일 때 $y = -1$, $x = n$ 일 때 $y = mn - 1$ 이므로

1) $m > 0$ 일 때, $-1 \leq y \leq mn - 1$ 이므로

$0 \leq x \leq n$ 와 일치할 수 없다.

2) $m < 0$ 일 때, $mn - 1 \leq y \leq -1$ 이므로

$0 \leq x \leq n$ 와 일치하려면 $mn - 1 = 0, n = -1$

$\therefore n = -1, m = -1$

따라서 1), 2)에 의해 $m + n = -2$ 이다.