단원 종합 평가

1. 다음 중 거짓인 명제를 찾아라.

㉠ $x=1$ 이면 $x+4=5$ 이다.

㉡ 마름모는 정사각형이다.

㉢ 직사각형은 네 각의 크기가 같다.

㉣ $a=0$ 이면 $ab=0$ 이다.

㉤ $-2+3+5=6$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

㉠,㉢,㉣,㉤은 참인 명제

2. 다음 중 명제도 참이고 그 역도 참인 것을 모두 골라라. (정답 4 개)

㉠ $x=3$ 이면 $2x=6$ 이다.

㉡ $x=4$ 이면 $x^2=16$ 이다.

㉢ 두 홀수 a, b 의 곱 ab 는 홀수이다.

㉣ $ab=0$ 이면 $a=0$ 또는 $b=0$ 이다.

㉤ $a<b$ 이면 $a^2<b^2$ 이다.

㉥ $x^2=1$ 이면 $x=1$ 이다.

㉦ $a<b$ 이면 $a-2<b-2$ 이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉦

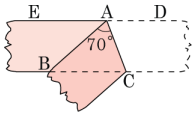
해설

㉡ $x^2=16$ 이면 $x=-4$ 일 때, $x^2=16$ 이므로 역은 거짓

㉤ $(-2)^2<(-4)^2$ 일 때, $-2>-4$ 이므로 역이 거짓

㉥ $x^2=1$ 인 경우는 $x=1$ 또는 $x=-1$ 이므로 명제가 거짓

3. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle BAC = 70°$ 일 때, $\angle BAC$ 와 크기가 같은 각은?



[배점 2, 하중]

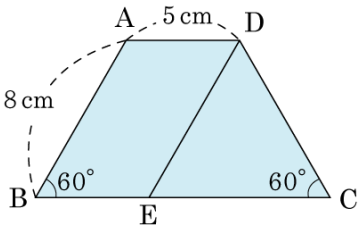
① $\angle ABC$ ② $\angle ACB$ ③ $\angle EAC$

④ $\angle BAD$ ⑤ $\angle EAD$

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC = 70°$ 이다.
$\angle DAC = \angle ACB$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle B = \angle C = 60°$ 이고, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

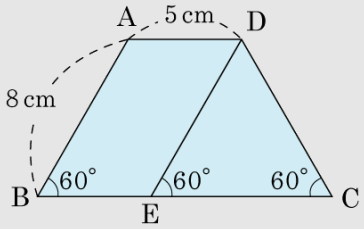


[배점 2, 하중]

▶ 답 :

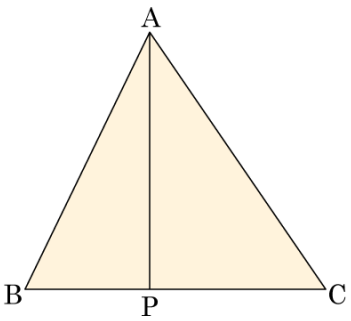
▷ 정답 : 13 cm

해설



점 D 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 E 라 하면, $\overline{DE} = \overline{AB} = 8\,\text{cm}$, 삼각형 DEC 는 정삼각형이 되므로 $\overline{EC} = 8\,\text{cm}$ 사각형 ABED 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BE} = 5\,\text{cm}$
$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 8 = 13\ (\text{cm})$

5. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 8\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로
$\triangle ABP = 8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}\ (\text{cm}^2)$

6. 다음 중 명제의 역이 참인 것은? [배점 3, 하상]

① 두 삼각형이 합동이면 넓이가 같다.

② 정삼각형은 이등변삼각형이다.

③ 홀수는 모두 소수이다.

④ 3 의 배수는 6 의 배수이다.

⑤ a , b 가 짝수이면 $a+b$ 도 짝수이다.

해설

명제) 3 의 배수는 6 의 배수이다.
역) 6 의 배수는 3 의 배수이다.(참)

7. 다음 보기 중 명제가 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 모든 삼각형은 정삼각형이다.

㉡ 삼각형은 세 변으로 이루어져 있다.

㉢ $2x+1=5$

㉣ $5<2a-1$

㉤ $2+5=6$

[배점 3, 하상]

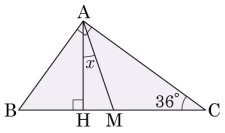
① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

방정식, 부등식은 참 또는 거짓을 판별할 수 없다.

8. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C=36^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

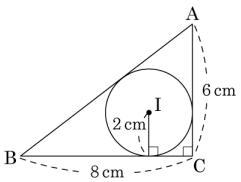
① 15° ② 18° ③ 20°

④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM}=\overline{CM}=\overline{BM}$
$\overline{AM}=\overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM=\angle CAM=36^\circ\cdots$㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이기 때문에
$\angle ABC=180^\circ-90^\circ-36^\circ=54^\circ$ 이다.
$\angle BAH=180^\circ-\angle ABC-90^\circ=180^\circ-54^\circ-90^\circ=36^\circ\cdots$㉡
$\angle A=90$ 이고, $\angle HAM=\angle A-\angle BAH-\angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM=90^\circ-36^\circ-36^\circ=18^\circ$
따라서 $\angle x=18^\circ$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이고, $\triangle ABC$ 는 직각삼각형일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 24°

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이가 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 2 \times$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이) $= 24$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

10. 다음은 '두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.' 를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?

□ABCD는 평행사변형이면

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$ (대변의 길이) ···㉠

$\overline{AC} = \overline{BD}$ (가정) ···㉡

□는 공통 ···㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SSS 합동)

$\angle B = \angle C = 90°$ (동측내각)

같은 방법으로 $\triangle ABD \equiv \triangle DCA$이므로

$\angle A = \angle D = 90°$ (동측내각)

$\therefore\ \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$

따라서 □ABCD는 직사각형이다.

[배점 3, 하상]

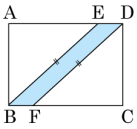
① $\overline{AD}$ ② $\overline{OC}$ ③ $\overline{OD}$

④ $\overline{BC}$ ⑤ $\overline{DC}$

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서 $\overline{BC}$가 공통이다.

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



[배점 3, 하상]

① 등변사다리꼴 ② 평행사변형

③ 마름모 ④ 직사각형

⑤ 정사각형

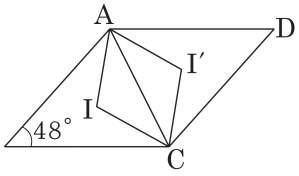
해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE} = \overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$

한편 $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

12. 평행사변형 ABCD 에서 점 I, I′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle B = 48°$ 일 때, $\angle AIC$ 와 $\angle IAI'$ 의 크기의 차를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 48°

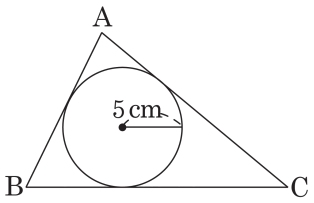
해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle B = 90° + \frac{1}{2} \times 48° = 114°$

$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2} \times (180° - 48°) = 66°$

$\therefore \angle AIC - \angle IAI' = 114° - 66° = 48°$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이는 5 cm 이다. $\triangle ABC = 120\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 48 cm

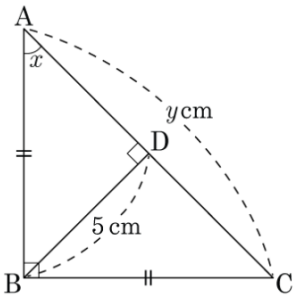
해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 두면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times (a + b + c)$

$\therefore a + b + c = 120 \times \frac{2}{5} = 48(\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 5\,cm$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 일 때, x 의 값과 y 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 45°$

▷ 정답: $y = 10\,cm$

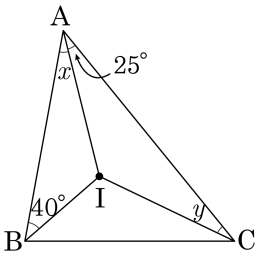
해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle x = 45°$이므로 $x = 45$

$\triangle ADB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.

$\triangle ADB$, $\triangle CDB$가 직각이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{AD} = \overline{CD} = 5$ (cm) 이므로 $y = 10$이다.

15. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\angle x = 25°$

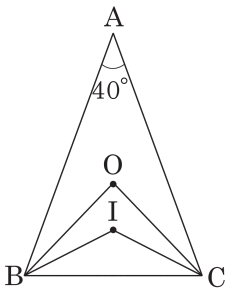
▷ 정답: $\angle y = 25°$

해설

$\angle x = \angle IAC = 25°$

$\angle y = 90° - (25° + 40°) = 25°$

16. 다음 그림에서 점 O 는 이등변삼각형 ABC 의 외심이고, 점 I 는 △OBC 의 내심이다. $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle IBC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 25°

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 40° = 80°$

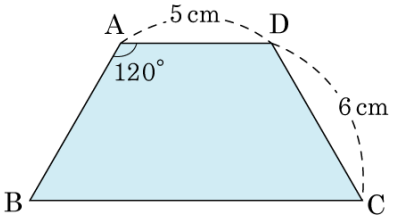
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$

점 I 가 △OBC 의 내심이므로

$\angle OBI = \angle IBC = 25°$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{CD} = 6cm$, $\overline{AD} = 5cm$, $\angle A = 120°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.

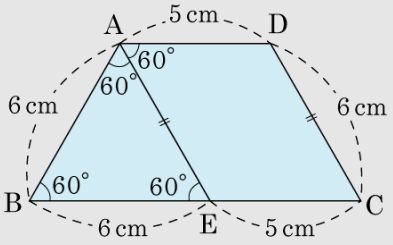


[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 28 cm

해설



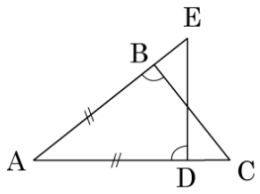
□AECD 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{EC} = 5cm$

△ABE 는 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BE} = 6cm$

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 6 + 5 = 11(cm)$

□ABCD 의 둘레는 $5 + 6 + 11 + 6 = 28(cm)$

18. 다음은 '$\angle ABC = \angle ADE, \overline{AB} = \overline{AD}$ 이면 $\angle C = \angle E$ 이다.' 를 증명하는 과정이다. (가)~(마)에 알맞지 않은 것은?



[가정] $\angle ABC = \angle ADE, \overline{AB} = \overline{AD}$
[결론] (가)
[증명] $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
$\overline{AB}$ = (나) $\cdots$ ㉠
(라)는 공통 $\cdots$ ㉢
$\angle ABC$ = (다) $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡, ㉢ 에 의하여 $\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ (마) 합동
$\therefore \angle C = \angle E$

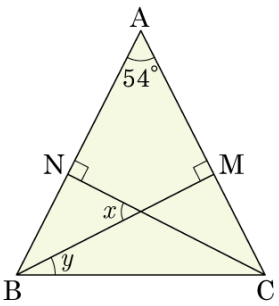
[배점 4, 중중]

① (가) $\angle C = \angle E$ ② (나) $\overline{BC}$
③ (다) $\angle ADE$ ④ (라) $\angle A$
⑤ (마) ASA

해설

[가정] $\angle ABC = \angle ADE, \overline{AB} = \overline{AD}$
[결론] $\angle C = \angle E$
[증명] $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AD} \cdots$ ㉠
$\angle ABC = \angle ADE \cdots$ ㉡
$\angle A$는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle ABC \equiv \triangle ADE$(ASA)합동
$\therefore \angle C = \angle E$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 54°$ 인 이등변삼각형이다. 점 B, C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라 할 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는 ?



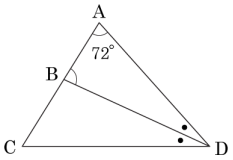
[배점 4, 중중]

① 81° ② 82° ③ 86°
④ 88° ⑤ 90°

해설

$\triangle BNC \equiv \triangle CMB$ (RHA 합동)
$\triangle BMC$ 에서 $\angle MCB = 63°, y = 27°$
$\angle MCN = 63° - 27° = 36°$
$\therefore x = 180° - (36° + 90°) = 54°$
$\therefore \angle x + \angle y = 54° + 27° = 81°$

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle A = 72°$ 이고
$\angle ADB = \angle CDB$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?



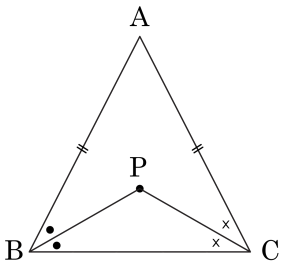
[배점 4, 중중]

① 51° ② 61° ③ 71°
④ 81° ⑤ 91°

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ADC = \frac{1}{2}(180° - 72°) = 54°$
또 $\angle ADB = \angle CDB$ 이므로
$\angle BDC = \angle ADB = \frac{1}{2} \times 54° = 27°$
$\therefore \angle ABD = 54° + 27° = 81°$

21. 다음은 「$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 B, C의 이등분선의 교점을 P라 하면 $\triangle PBC$도 이등변삼각형이다.」를 증명하는 과정이다.



[가정] $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABP = \angle PBC$, $\angle ACP = \angle PCB$
[결론] $\overline{PB} = \overline{PC}$
[증명] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC =$ (가)
$\angle PBC =$ (나) $\angle ABC$, $\angle PCB =$ (나) $\angle ACB$
$\therefore$ (다)
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 (라) 이다.
따라서, (마) 는 이등변삼각형이다.

[배점 4, 중중]

① (가) $\angle ACB$

② (나) 2

③ (다) $\angle PBC = \angle PCB$

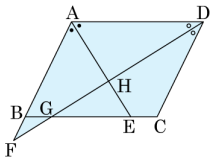
④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$

⑤ (마) $\triangle PBC$

해설

[가정] $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABP = \angle PBC$, $\angle ACP = \angle PCB$
[결론] $\overline{PB} = \overline{PC}$
[증명] $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
$\angle ABC = (\angle ACB)$
$\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,
$\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$
$\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$
즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 ($\overline{PB} = \overline{PC}$) 이다.
따라서, ($\triangle PBC$)는 이등변삼각형이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle A, \angle D$ 의 이등분선이다. $\angle ABC = 64°$ 일 때, $\angle AEC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 238 °

해설

$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 64° = 116°$
$\angle AEC = 180° - \frac{1}{2}\angle A = 180° - \frac{1}{2} \times 116°$
$= 180° - 58° = 122°$
$\angle C = \angle A = 116°$
$\therefore \angle AEC + \angle DCE = 122° + 116° = 238°$

23. 다음 보기 중 명제가 아닌 것의 개수는?

보기

㉠ $|-4|>4$

㉡ 둘레의 길이가 같은 직사각형은 넓이가 같다.

㉢ 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 서로 평행하다.

㉣ 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.

㉤ $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$ 이다.

[배점 5, 중상]

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개

④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

㉠ $|-4|=4>4$ 이므로 거짓인 명제이다.
㉡ 거짓인 명제이다.
㉢ 참인 명제이다.
㉣ 거짓인 명제이다.
㉤ 거짓인 명제이다.
따라서 명제가 아닌 것은 없다.

24. 다음은 여러 가지 명제의 정의와 정리이다. 정의끼리만 모두 짝지은 것은?

ⓐ 각은 한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형이다.

ⓑ 직각삼각형은 한 내각의 크기가 직각인 삼각형이다.

ⓒ 선분은 직선 위의 두 점 사이의 최단 거리이다.

ⓓ 정삼각형은 세 내각의 크기가 같은 삼각형이다.

ⓔ 이등변삼각형은 두 내각의 크기가 같은 삼각형이다.

ⓕ 이등변삼각형은 두 변의 길이가 같은 삼각형이다.

[배점 5, 중상]

① ⓐ, ⓑ ② ⓐ, ⓑ, ⓓ

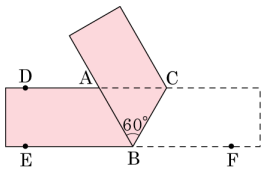
③ ⓑ, ⓒ, ⓔ ④ ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓕ

⑤ ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ, ⓔ, ⓕ

해설

ⓓ 정삼각형 : 세변의 길이가 같은 삼각형
ⓔ 이등변삼각형 : 두변의 길이가 같은 삼각형

25. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 60°$일 때, 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?



[배점 5, 중상]

① $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

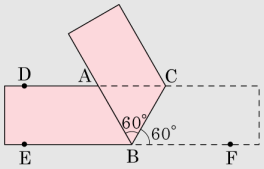
② $\overline{BC} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다.

③ $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

④ $\angle ABE = \angle CBF$ 이다.

⑤ $\angle DAB = 100°$ 이다.

해설



① $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다. → $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$인 정삼각형이다.

② $\overline{BC} = \overline{AB}$인 이등변삼각형이다. → $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$인 정삼각형이다.

③ $\angle ABC = \angle CBF = 60°$ (종이 접은 각)
$\angle CBF = \angle ACB = 60°$ (엇각) $\therefore \angle CAB = 60°$
$\triangle ABC$는 내각이 모두 $60°$인 정삼각형이다.

④ $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 60° - 60° = 60°$이다.
$\therefore \angle ABE = \angle CBF$

⑤ $\angle DAB = 100°$이다. → $\angle CAB = 60°$ $\therefore \angle DAB = 120°$