

약점 보강 4

1. 다음은 소인수분해에 관하여 학생들이 나눈 대화의 일부분이다. 안에 신지가 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

신지 : 10 은 2×5 로 소인수분해 할 수 있어.
 예원 : 맞아, 비슷한 방식으로 44 은 4×11 로 소인수분해 할 수 있어.
 하림 : 어, 그런데 예원이 네 말은 좀 이상해. 4 는 소수가 아니잖아.
 예원 : 아, 4 는 2 로 또 나누어 떨어지는구나.
 신지 : 아하, 그럼 44 의 소인수분해는 구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $2^2 \times 11$

해설

$$44 = 4 \times 11 = 2 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 11$$

2. 다음 수 중에서 합성수의 개수를 구하여라.

1 3 5 15 31 35 53

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면

1 의 약수 : 1

3 의 약수 : 1, 3

5 의 약수 : 1, 5

15 의 약수 : 1, 3, 5, 15

31 의 약수 : 1, 31

35 의 약수 : 1, 5, 7, 35

53 의 약수 : 1, 53

따라서 합성수는 15, 35 이므로 그 개수는 모두 2 개이다.

3. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 2, 하중]

① 2^{10}

② 2×3

③ $2^2 \times 3^3$

④ 3×5^2

⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $10 + 1 = 11$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

4. 다음을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a, 7^b = 49$$

[배점 3, 하상]

- ① $a = 25, b = 1$ ② $a = 25, b = 2$
 ③ $a = 125, b = 1$ ④ $a = 125, b = 2$
 ⑤ $a = 125, b = 3$

해설

$5^3 = 125, 7^2 = 49$ 이므로 $a = 125, b = 2$ 이다.

5. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

6. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라. [배점 3, 하상]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$$

$$(1) 12 = 12 \times 1 = (11 + 1) \text{ 일 때,}$$

$$2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$$

그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.

$$(2) 12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1) \text{ 일 때,}$$

$$2^3 \times A = 2^5 \times (2 \text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2 \text{가 아닌 소수}))$$

$$\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$$

$$(3) 12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1) \text{ 일 때,}$$

$$2^3 \times A = 2^3 \times (2 \text{가 아닌 소수})^2$$

$$\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.

7. 80 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$80 = 2^4 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 5

8. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다.
따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.