

단원 종합 평가

1. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ 에서 $f(-1) + f(5)$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

$$f(-1) = -(-1)^2 + 3 \times (-1) + 4 = 0$$

$$f(5) = -5^2 + 3 \times 5 + 4 = -6$$

$$\therefore f(-1) + f(5) = -6$$

2. 다음은 실수 전체의 집합을 정의역과 공역으로 하는 함수이다. 이차함수인 것은? [배점 2, 하중]

① $y = 2x + 1$

② $y = x^2 - x + 1$

③ $y = \frac{1}{x}$

④ $y = (x + 1)^2 - x^2$

⑤ $y = 5$

해설

① 일차함수

③ 분수함수

④ $y = 2x + 1$ 일차함수

⑤ 상수함수

3. 다음 중 이차함수인 것은? [배점 2, 하중]

① $y = -x + 2$

② $y = \frac{1}{x^2} + 3$

③ $y = x^2 + 5x - 1$

④ $xy = 6$

⑤ $y = x(x - 3) - x^2$

해설

① 일차함수이다.

② $y = \frac{1}{x^2}$ 의 꼴은 이차함수가 아니다.

④ $y = \frac{6}{x}$ 이므로 이차함수가 아니다.

⑤ x^2 의 항이 없으므로 일차함수이다.

4. 이차함수 $y = (x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $3a$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$y = (x - 1 + 3)^2 + 4 + a$$

$$= (x + 2)^2 + 4 + a$$

$$= x^2 + 4x + 8 + a$$

$$y \text{ 절편이 } 8 + a = 3a \text{ 이므로}$$

$$2a = 8 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } a = 4 \text{ 이다.}$$

5. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -9

해설

$$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x+a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

6. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① (1, 3) ② (1, -3)
 ③ (-1, -3) ④ (-1, 3)
 ⑤ (-3, 3)

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$$

$$= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8)$$

$$= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3}$$

$$= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3}$$

$$= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3$$

7. y 가 x 의 제곱에 비례하고, $x = -2$ 일 때 $y = -12$ 이다. y 를 x 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $y = 6x^2$ ② $y = 3x^2$ ③ $y = 2x^2$
 ④ $y = -3x^2$ ⑤ $y = -6x^2$

해설

$$y = ax^2 (a \neq 0) \text{에 } (-2, -12) \text{를 대입하면, } -12 = a \times (-2)^2, a = -3$$

$$\therefore y = -3x^2$$

8. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 함수의 식은? [배점 3, 하상]

- ① $y = -2x^2 + 12x - 18$
 ② $y = 12x^2 - 6x + 9$
 ③ $y = 2x^2 + 12x - 18$
 ④ $y = x^2 - 3x + 1$
 ⑤ $y = -2x^2 - x - 18$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동시키면

$$y = -2(x-3)^2$$

이 식을 전개하면,

$$\therefore y = -2x^2 + 12x - 18$$

9. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $f(-1) = -1$ ② $f(0) = -2$
 ③ $f(1) = 1$ ④ $f(2) = 2$
 ⑤ $f(3) = 7$

해설

③ $f(1) = 1^2 - 2 = -1$

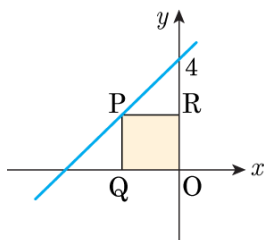
10. 이차함수 $y = (x + 3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

11. 다음 그림과 같이 직선이 $y = x + 4$ 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발이 각각 Q, R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 y 라 한다. y 가 최대가 될 때 점 P 의 좌표는?



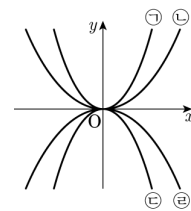
[배점 3, 하상]

- ① $(2, 1)$ ② $(2, 4)$ ③ $(-2, 2)$
- ④ $(-2, -4)$ ⑤ $(4, 2)$

해설

점 P 의 좌표는 $(a, a + 4)$ 이고 넓이는 y 이므로
 $y = a(a + 4) = (a^2 + 4a + 4) - 4 = (a + 2)^2 - 4$
 $\therefore P(-2, -2 + 4) = P(-2, 2)$

12. 다음 그림은 $y = ax^2$ 의 그래프이다. a 의 값이 가장 큰 것을 찾아라.



[배점 3, 중하]

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. 따라서 a 의 값이 가장 큰 것은 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프이다.

13. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는? [배점 3, 중하]

- ① $(3, 0)$ ② $(0, 3)$ ③ $(-2, 0)$
- ④ $(0, -2)$ ⑤ $(-2, 1)$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + q \text{의 그래프가 점 } (-2, 1) \text{을 지나므로}$$

$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

14. $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하면 점 $(2, m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

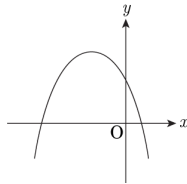
▶ 정답: $m = -7$

해설

$$y = -x^2 - 3 \text{의 그래프가 점 } (2, m) \text{을 지나므로}$$

$$m = -2^2 - 3 \therefore m = -7$$

15. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

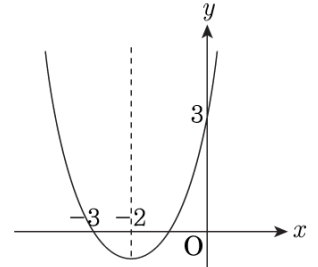
해설

$$\text{위로 볼록 } a < 0$$

$$\text{축의 식 } -\frac{b}{2a} < 0, b < 0$$

$$y \text{ 절편 } c > 0$$

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



[배점 3, 중하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\text{축의 방정식이 } x = -2 \text{ 이므로 } y = a(x + 2)^2 + q$$

$$\text{두 점 } (-3, 0), (0, 3) \text{을 지나므로}$$

$$a + q = 0, 4a + q = 3$$

$$a = 1 \dots \textcircled{1}$$

$$q = -1 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면}$$

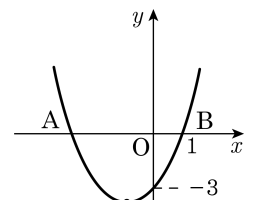
$$y = (x + 2)^2 - 1$$

$$= x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore a = 1, b = 4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$$

17. $y = x^2 + ax - 3$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 A, B에서 만나고 꼭짓점이 C일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

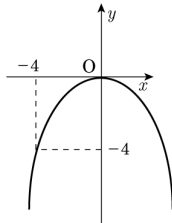
▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$y = x^2 + ax - 3$ 에 B(1, 0) 을 대입하면 $a = 2$
 $y = x^2 + 2x - 3$
 $y = (x + 3)(x - 1) \Rightarrow A(-3, 0)$
 $y = (x + 1)^2 - 4 \Rightarrow C(-1, -4)$
 따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $(3+1) \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$ 이다.

18. 다음 그림의 이차함수의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



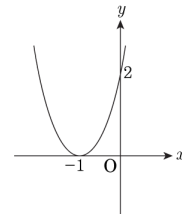
[배점 4, 중중]

- ① $y = -3x^2$ ② $y = \frac{1}{4}x^2$
 ③ $y = -\frac{1}{3}x^2$ ④ $y = -2x^2$
 ⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에 $(-4, -4)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{4}$
 따라서 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y = \frac{1}{4}x^2$ 이다.

19. 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2$ 이라 할 때, $a + p$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로
 $y = a(x + 1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로
 $2 = a(0 + 1)^2, a = 2$
 $y = 2(x + 1)^2$
 $a = 2, p = -1$
 $\therefore a + p = 2 - 1 = 1$

20. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x + 2)^2 - 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 짝지은 것이 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 꼭짓점의 좌표 : $(1, 4)$, 축의 방정식 : $x = 1$
 ② 꼭짓점의 좌표 : $(2, -1)$, 축의 방정식 : $x = 2$
 ③ 꼭짓점의 좌표 : $(-1, -3)$, 축의 방정식 : $x = -1$
 ④ 꼭짓점의 좌표 : $(-1, 4)$, 축의 방정식 : $x = -1$
 ⑤ 꼭짓점의 좌표 : $(-2, -3)$, 축의 방정식 : $x = -2$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) , 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

$y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -3)$, 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

21. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 3x^2 - 12x + 2$ 의 그래프가 되었다. 이 때, pq 의 값은? [배점 4, 중중]

① 30 ② 15 ③ 10 ④ 5 ⑤ 45

해설

$$y = 3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2 = 3(x + 1)^2 - 5$$

꼭짓점 $(-1, -5)$

$$y = 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 3(x - 2)^2 - 10$$

꼭짓점 $(2, -10)$

따라서 $p = 3$, $q = 15$ 이므로

$pq = 45$ 이다.

22. 가로 길이가 6cm , 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 x cm 길게 하고 세로의 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면

$$y = (6 + x)(10 - x)$$

$$= -x^2 + 4x + 60$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$$

$$= -(x - 2)^2 + 64$$

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

23. 이차함수 $y = a(x + 3)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x + b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

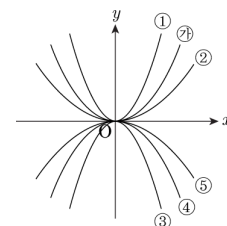
$$y = -(x + 5 + b)^2 + c - 4 = a(x + 3)^2 - 2 \text{ 에서}$$

$$a = -1, \quad 5 + b = 3, \quad c - 4 = -2$$

$$\therefore a = -1, \quad b = -2, \quad c = 2$$

따라서 $a + b + c = -1$ 이다.

24. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉓는 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

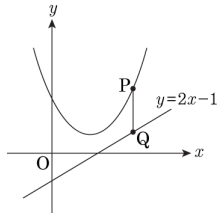


[배점 5, 중상]

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로
 폭은 ㉗ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
 따라서 ㉓번 그래프이다.

25. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이
 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$
 의 최솟값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를
 $(t, 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면,
 점 Q 의 좌표는 $(t, 2t - 1)$ 이다.

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = \\ &= 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \\ \therefore t &= \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \overline{PQ} \text{ 의 최솟값은 } \frac{5}{2}\end{aligned}$$