

단원 종합 평가

1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + bx + 3$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+2)^2 + c \\ &= ax^2 + 4ax + 4a + c \\ &= 2x^2 + bx + 3 \\ a &= 2, b = 8, c = -5 \\ \therefore a + b + c &= 2 + 8 - 5 = 5 \end{aligned}$$

2. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 y m 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x-3)^2 + 9$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

3. 다음 에 알맞은 말을 써 넣어라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 이라고 한다. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 포물선

▷ 정답 : 축

▷ 정답 : 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

4. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2ax + 6a = -(x+a)^2 + a^2 + 6a \\ \therefore M &= a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9 \end{aligned}$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

5. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 3x + a$ 에서 $f(-2) = -15$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① -4 ② -3 ③ 2 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} f(-2) &= -(-2)^2 + 3(-2) + a \\ &= -4 - 6 + a = -10 + a = -15 \\ \therefore a &= -5 \\ f(x) &= -x^2 + 3x - 5 \\ f(2) &= -2^2 + 3 \times 2 - 5 = -4 + 6 - 5 = -3 \end{aligned}$$

6. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = \frac{2}{3}x^2$
㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$	㉣ $y = -\frac{2}{3}x^2$
㉤ $y = 2x^2$	㉥ $y = \frac{5}{2}x^2$

[배점 3, 하상]

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢, ㉤이다.
 ② 대칭축의 식은 $y = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
 ③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉢이다.
 ④ ㉤그래프의 치역은 $\{y \mid y \geq 2\}$ 이다.
 ⑤ ㉠과 ㉤의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 아래로 볼록한 것은 ㉠, ㉡, ㉤, ㉥이다.
 ② 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점은 $(0, 0)$ 이다.
 ④ ㉤그래프의 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

7. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

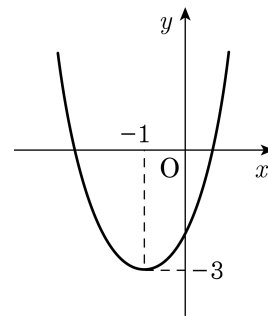
▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\begin{aligned} &y = -4x^2 \text{의 그래프를 } x \text{축의 방향으로 1만큼, } y \\ &\text{축} \\ &\text{의 방향으로 } -3 \text{만큼 평행이동하면} \\ &y = -4(x - 1)^2 - 3 \\ &\text{점 } (2, a) \text{를 지나므로} \\ &a = -4(2 - 1)^2 - 3 \therefore a = -7 \end{aligned}$$

8. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은 무엇인가?



[배점 3, 하상]

- ① $y = 2(x + 1)^2 - 3$
 ② $y = 2(x - 1)^2 - 3$
 ③ $y = -2(x + 1)^2 - 3$
 ④ $y = 2(x + 1)^2 + 3$
 ⑤ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 이다.

9. 이차함수 $y = 5x^2 + ax + 8$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, 꼭짓점의 y 좌표를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 5x^2 + ax + 8$ 의 축이 $x = 1$ 이므로
 $y = 5(x-1)^2 + q$
 $y = 5x^2 + ax + 8$
 $= 5(x-1)^2 + q$
 $= 5x^2 - 10x + 5 + q$
 $5 + q = 8, q = 3$ 이다.
따라서 $y = 5(x-1)^2 + 3$ 의 꼭짓점은 $(1, 3)$ 이다.

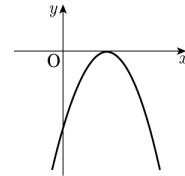
10. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$
 ② $y = -3x^2 - 2x + 1$
 ③ $y = 3x^2 + 1$
 ④ $y = x^2 + 1$
 ⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

11. 이차함수 $y = a(x+p)^2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a 와 p 의 부호를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

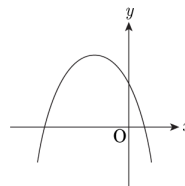
▷ 정답: $a < 0$

▷ 정답: $p < 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $p < 0$ 이다.

12. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

해설

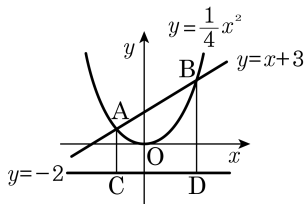
위로 볼록 $a < 0$
 축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0, b < 0$
 y 절편 $c > 0$

13. 다음 그림에서 포물선

$y = \frac{1}{4}x^2$ 과 직선 $y = x + 3$ 이 만나는 두 점 A,

B 에서 직선 $y = -2$ 에

내린 수선의 발을 C, D



라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$\frac{1}{4}x^2 = x + 3$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = -2 \text{ 또는 } x = 6$$

A(-2, 1), B(6, 9) 이므로 $\overline{CA} = 3, \overline{DB} = 11,$
 $\overline{CD} = 8$ 이다.

따라서 사각형 ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (3+11) \times 8 = 56$ 이다.

14. 이차함수 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 + 1$ 의 y 절편을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이므로 $\frac{1}{4}(0+2)^2 + 1 = \frac{1}{4} \times 4 + 1 = 2$

15. 일차함수 $y = 2x + 5$ 와 이차함수 $y = x^2 + 6x - 7$ 의 그래프의 교점과 이차함수의 꼭짓점이 이루는 삼각형의 넓이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$y = x^2 + 6x - 7$ 과 $y = 2x + 5$ 의 교점의 좌표를 구하면

$$2x + 5 = x^2 + 6x - 7$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

$$\therefore (-6, -7), (2, 9)$$

$y = x^2 + 6x - 7 = (x + 3)^2 - 16$ 이므로 꼭짓점은 $(-3, -16)$ 이다.

교점 $(-6, -7), (2, 9)$ 과 꼭짓점 $(-3, -16)$ 이 이루는 삼각형의 넓이는 60이다.

16. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4ax$ 의 최솟값이 -8 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = +1$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2}x^2 + 4ax \\
 &= \frac{1}{2}(x^2 + 8ax) \\
 &= \frac{1}{2}(x + 4a)^2 - 8a^2 \\
 \text{최솟값 } -8a^2 &= -8, a^2 = 1 \\
 \therefore a &= \pm 1
 \end{aligned}$$

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로
 $10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, a = \pm 3$
 $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ㉡ 대칭축은 y 축이다.
- ㉢ 치역은 $\{y \mid y > 0\}$ 이다.
- ㉣ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉢
 ④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢ 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$
- ㉣ $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

19. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

[배점 4, 중중]

- ① $x > 0$ ② $x < 2$ ③ $x \mid x > 2$
 ④ $x \mid x > -2$ ⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다.
 $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

20. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 $(1, 3), (2, 6)$ 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

18. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = 2 + b + c, b + c = 1 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$x = 2, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = 8 + 2b + c, 2b + c = -2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $b = -3, c = 4$ 이므로
 $c - b = 4 - (-3) = 7$ 이다.

21. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -2 를 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 0 ② -2 **③ -4** ④ -3 ⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -2 이므로

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이다.

$$y = 2x^2 + ax + b = 2(x - 1)^2 - 2 = 2x^2 - 4x$$

$$a = -4, b = 0$$

$$\therefore a - b = -4 - 0 = -4$$

22. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

$$(가) y = \frac{1}{2}x^2$$

$$(나) y = -2x^2$$

$$(다) y = 2x^2$$

$$(라) y = -\frac{1}{4}x^2$$

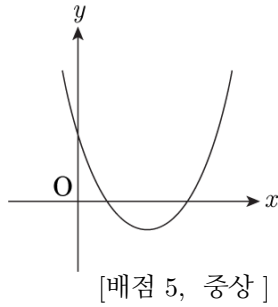
[배점 5, 중상]

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
 ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
 ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
 ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

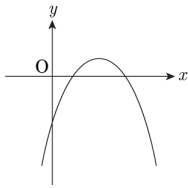
해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
 ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
 ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
 ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
 ⑤ (나)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

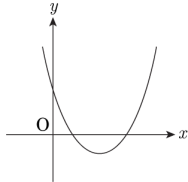
23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



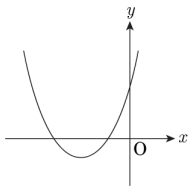
①



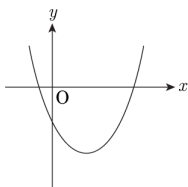
②



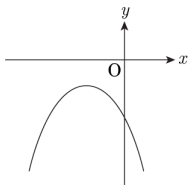
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다. 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서, $b < 0$ 이다.

y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

$y = cx^2 + bx + a$ 에서

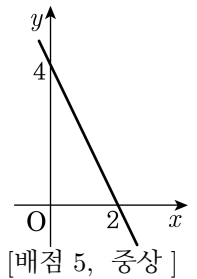
$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.

$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

24. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



① $(-2, 7)$

② $(-2, -7)$

③ $(7, 2)$

④ $(-7, 2)$

⑤ $(2, 7)$

해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

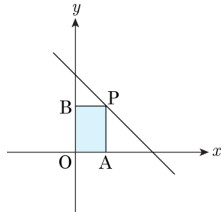
$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$

$$= -x^2 + 4x + 3$$

$$= -(x - 2)^2 + 7$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x + 4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 좌표를 $(t, 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는 $(t, -t + 4)$ 이고 B 의 좌표는 $(0, -t + 4)$
 $\therefore \square OAPB = t \times (-t + 4) = -t^2 + 4t = -(t - 2)^2 + 4$
 $t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4