단원 종합 평가

1. 다음 중 이차방정식인 것은? [배점 2, 하중]

① $x^2+2x+1=x^2-1$

② $x^2+3=(x-1)^2$

③ $(x-1)(x+2)=4x$

④ $x^3-x^2+2x=0$

⑤ $2x-5=0$

해설

③ $x^2-3x-2=0$
④ 삼차방정식

2. $(x+2)(x-6)=3$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타낼 때, a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=-2$

▷ 정답: $b=19$

해설

$(x+2)(x-6)=3$, $x^2-4x-12=3$
$x^2-4x=15$, $(x-2)^2=15+4$
$(x-2)^2=19$
$\therefore a=-2$, $b=19$

3. 이차방정식 $x(x+5)=2x$ 를 풀어라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=0$

▷ 정답: $x=-3$

해설

$x(x+5)=2x$, $x^2+5x-2x=0$
$x^2+3x=0$, $x(x+3)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-3$

4. 다음 중 이차방정식은? [배점 2, 하중]

① $(x+2)^2-2=x^2$

② $x^3+1=0$

③ $2x^2-(x-2)^2=x^2$

④ $2x^2-3x+1$

⑤ $(x+2)(x-4)=0$

해설

$(x+2)(x-4)=x^2-2x-8=0$

5. 이차방정식 $x^2-8x+4=0$ 의 근의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개

해설

$x^2-8x+4=0$ 에서
$\frac{D}{4}=(-4)^2-1\times 4=16-4>0$
따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

6. 이차방정식 $ax^2+x+2a=0$ 의 한 근이 2 이다. 다른 한 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2+x+2a=0$ 에 $x=2$ 대입
$4a+2+2a=0,\ a=-\frac{1}{3}$
$-\frac{1}{3}x^2+x-\frac{2}{3}=0$
각 항에 -3 을 곱하면
$x^2-3x+2=0$
$(x-2)(x-1)=0$
$x=2$ 또는 $x=1$ (다른 한 근)
$b=1,\ ab=-\frac{1}{3}\times 1=-\frac{1}{3}$

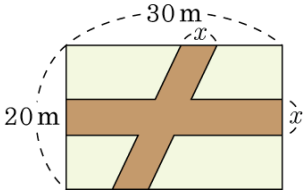
7. x가 집합 $\{x|-2\le x\le 2\}$이고 x는 정수의 원소일 때, 이차방정식 $x^2-5x+6=0$의 해의 개수는?
[배점 3, 하상]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\{x \mid -2\le x\le 2,\ x$는 정수$\}=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$이므로
$x=-2$일 때, $(-2)^2-5\times(-2)+6=20\neq 0$ (거짓)
$x=-1$일 때, $(-1)^2-5\times(-1)+6=12\neq 0$ (거짓)
$x=0$일 때, $0^2-5\times 0+6=6\neq 0$ (거짓)
$x=1$일 때, $1^2-5\times 1+6=2\neq 0$ (거짓)
$x=2$일 때, $2^2-5\times 2+6=0$ (참)
따라서 해는 $x=2$로 1개이다.

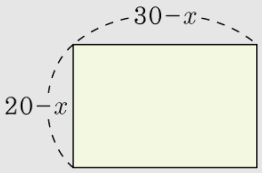
8. 다음 그림과 같이 가로 30 m, 세로 20 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 400 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭을 x 라 하면 x 를 구하는 식으로 옳은 것은? [배점 3, 하상]



① $x^2-10x+600=0$
② $x^2-20x+400=0$
③ $x^2-30x-200=0$
④ $x^2+40x+200=0$
⑤ $x^2-50x+200=0$

해설

다음 그림처럼 길을 한 쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면 $(30-x)(20-x)=400$
$\therefore\ x^2-50x+200=0$

9. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 수의 합은?
[배점 3, 하상]

① 9 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 15

해설

세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면
$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2$
$x^2-4x=0$
$x=4(x>0)$
$\therefore 3+4+5=12$

10. 이차방정식 $x^2+3x-11=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라 할 때, $\alpha+1,\ \beta+1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은? [배점 3, 하상]

① $x^2+3x-11=0$ ② $x^2+3x-13=0$
③ $x^2+x-13=0$ ④ $x^2+x-11=0$
⑤ $x^2+x-9=0$

해설

$x^2+3x-11=0$ 에서 $\alpha+\beta=-3,\ \alpha\beta=-11$
$\alpha+1,\ \beta+1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha+1)+(\beta+1)=-1$
두 근의 곱은 $(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-13$
$\therefore\ x^2+x-13=0$

11. 두 수 $a,\ b(a<b)$에 대하여 $(a-b)^2+2(a-b)-15=0$의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$일 때, ab의 값은? [배점 3, 하상]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$a-b=t$로 치환하면
$t^2+2t-15=0$
$(t+5)(t-3)=0$
$\therefore\ t=-5$ 또는 $t=3$
$a<b$이므로 $t=a-b=-5$
$a+b=7$이므로 두 식을 연립하면 $a=1,\ b=6$
$\therefore\ ab=6$

12. 이차방정식 $(x-5)^2-6=0$ 을 풀면?
[배점 3, 중하]

① $x=5$ 또는 $x=-1$
② $x=5\pm\sqrt{6}$
③ $x=-5\pm\sqrt{6}$
④ $x=5\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
⑤ $x=0$ 또는 $x=1$

해설

$(x-5)^2=6$
$x-5=\pm\sqrt{6}$
$\therefore\ x=5\pm\sqrt{6}$

13. 이차방정식 $(x+5)(x-3)=5$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, $p,\ q$ 는 상수) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$(x+5)(x-3)=5,\ x^2+2x-15=5$

$x^2+2x=20,\ (x+1)^2=21$

$p=1,\ q=21$

$\therefore p+q=22$

14. 이차방정식 $x^2+px+3p-1=0$ 의 해의 집합이 $\{a,\ -2\}$ 일 때, $p+a$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+px+3p-1=0$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$p=-3$

$x^2+px+3p-1=0$ 에 $p=-3$ 을 대입하면

$x^2-3x-10=0$

$(x-5)(x+2)=0$

$x=5$ 또는 $x=-2$

$\therefore\ a=5$

$\therefore\ p+a=-3+5=2$

15. 선물 가게에 원가가 1500원인 물건이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의 $10a\%$ 를 받고 팔았더니 204원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

원가 : 1500원

정가 : $1500\times\left(1+\frac{a}{100}\right)$ 원

$1500\times\left(1+\frac{a}{100}\right)\times\frac{10a}{100}+204=1500$

$150a+\frac{3}{2}a^2+204=1500$

$a^2+100a-864=0$

$(a+108)(a-8)=0$

$a>0$ 이므로 $a=8$

16. 차가 3 인 두 양의 정수의 곱이 108 일 때, 이 두 양의 정수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 양의 정수를 $x,\ x+3$ 이라 하면

$x(x+3)=108,\ x^2+3x-108=0$

$(x+12)(x-9)=0$

$x=-12$ 또는 $x=9$

x 는 양수이므로

$x=9,\ x+3=12$

$\therefore\ 9+12=21$

17. 지면으로부터 45m 높이의 건물 옥상에서 초속 30m 로 쏘아 올린 물로켓의 x 초 후의 높이는 $(45+40x-5x^2)$m 이다. 이 물체가 다시 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 초

해설

지면에 떨어지므로 높이는 0m 이다.

$45+40x-5x^2=0$ 이므로

$x^2-8x-9=0$

$(x+1)(x-9)=0$

따라서 $x=9$ 이다.

18. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

[배점 4, 중중]

① $(x+1)^2=5 \rightarrow x=-1\pm\sqrt{5}$

② $3x^2-6x-5=0 \rightarrow x=1\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{1}{2}x^2-3=0 \rightarrow x=\pm\sqrt{6}$

④ $\frac{1}{2}x^2-x-1=0 \rightarrow x=1\pm\sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2-1=0 \rightarrow x=5\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

② $3x^2-6x-5=0, 3(x^2-2x)=5$

$3(x^2-2x+1)=5+3$

$3(x-1)^2=8$

$\therefore x=1\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$

19. $\{x|ax^2+(4a+2)x-a-2=0\}=\{-5,b\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{9}$

해설

$x=-5$ 일 때

$a\times(-5)^2+(4a+2)\times(-5)-a-2=0$

$25a-20a-10-a-2=0$

$4a=12, a=3$

$3x^2+(4\times3+2)x-3-2=0$

$3x^2+14x-5=0$

$(x+5)(3x-1)=0$

$x=-5, x=\frac{1}{3}=b$

$\frac{b}{a}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

20. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$3x^2-8x+1=0$

[배점 4, 중중]

① $\frac{2\pm\sqrt{13}}{3}$ ② $\frac{4\pm\sqrt{13}}{2}$

③ $\frac{4\pm\sqrt{13}}{3}$ ④ $\frac{2\pm\sqrt{13}}{2}$

⑤ $\frac{-4\pm\sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3 을 나누면 $x^2-\frac{8}{3}x+\frac{1}{3}=0, x^2-\frac{8}{3}x=-\frac{1}{3}, x^2-\frac{8}{3}x+\frac{16}{9}=-\frac{1}{3}+\frac{16}{9}$

$\left(x-\frac{4}{3}\right)^2=\frac{13}{9}, x=\frac{4\pm\sqrt{13}}{3}$ 이다.

21. 이차방정식 $x^2-2x-2=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta+1}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-2$

$$\frac{\beta}{\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta+1}=\frac{\beta(\beta+1)+\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}$$

$$=\frac{\beta^2+\beta+\alpha^2+\alpha}{\alpha+\beta+\alpha\beta+1}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+\alpha+\beta}{(\alpha+\beta)+\alpha\beta+1}$$

$$=\frac{2^2-2\times(-2)+2}{2-2+1}=10$$

22. 책을 1 장 찢어서 보이는 두 쪽수의 곱이 210 이었을 때, 두 쪽의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 29 쪽

해설

두 쪽수를 x, $x+1$이라 하면

$x(x+1)=210$

$x^2+x-210=0$

$(x+15)(x-14)=0$

$x>0$ 이므로 $x=14$ (쪽)

따라서 두 쪽의 쪽수는 14, 15 이므로 합은 $14+15=29$

23. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2+\frac{1}{a^2}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x=a$ 를 대입하면 $a^2-3a+1=0$

양변을 a 로 나누면 $a-3+\frac{1}{a}=0$

$\therefore\ a+\frac{1}{a}=3$

$\therefore\ a^2+\frac{1}{a^2}=(a+\frac{1}{a})^2-2=3^2-2=7$

24. $x>y>0$ 이고, $(x-y)^2=xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① $\sqrt{5}$ ② $1+\sqrt{5}$ ③ $3+\sqrt{5}$

④ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

해설

$(x-y)^2=xy$

$x^2-2xy+y^2=xy$

$x^2-3xy+y^2=0$의 양변을 y^2 으로 나누면

$\frac{x^2}{y^2}-\frac{3x}{y}+1=0$에서 $\frac{x}{y}$ 을 t 로 치환하면

$t^2-3t+1=0$

$\therefore\ t=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\left(=\frac{x}{y}\right)$

$x>y>0$ 이므로 $\frac{x}{y}>1$

$\therefore\ \frac{x}{y}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

25. 이차방정식 $-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha-\beta$ 의 값은? (단, $\alpha<\beta$) [배점 5, 중상]

① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1

④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$,
$-x+\frac{2}{5}(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$
양변에 15를 곱하여 정리하면
$-15x+6(x^2+1)=-5(x-1)(2x+3)$
$16x^2-10x-9=0$
근의 공식을 이용하여 근을 구하면
$x=\frac{5\pm\sqrt{25+144}}{16}=\frac{5\pm13}{16}$
$\therefore\ x=\frac{9}{8}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$
$\alpha<\beta$ 이므로 $\alpha=-\frac{1}{2},\ \beta=\frac{9}{8}$
$\therefore\ \alpha-\beta=-\frac{13}{8}$