

단원 종합 평가

1. x 가 집합 $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 원소일 때, 일차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① $\{-3, 4\}$ ② $\{-4, 4\}$ ③ $\{-3, 3\}$
④ $\{-4, 5\}$ ⑤ $\{-2, 3\}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - x - 12 &= 0 \\ (x - 4)(x + 3) &= 0 \\ x &= 4 \text{ 또는 } x = -3 \end{aligned}$$

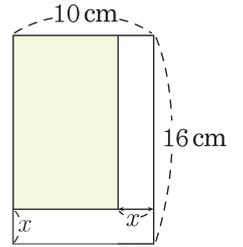
2. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?
[배점 3, 하상]

- ① 100m ② 125m ③ 150m
④ 175m ⑤ 200m

해설

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 45t + 50 \text{ 에서 } t = 5 \text{ 를 대입하면} \\ h &= -125 + 225 + 50 = 150 \\ \text{따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.} \end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 10cm, 세로의 길이가 16cm 인 직사각형에서 가로와 세로를 똑같이 줄였더니 그 넓이가 처음 직사각형 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이 되었다. 이 때, 줄인 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

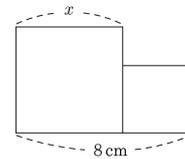
▶ 답:

▷ 정답: 6 cm

해설

$$\begin{aligned} \text{처음 직사각형의 넓이는 } 10 \times 16 &= 160, \\ \text{칠한 부분의 넓이는 } (10 - x)(16 - x) &\text{ 이다.} \\ (10 - x)(16 - x) &= 160 \times \frac{1}{4} \\ x^2 - 26x + 160 &= 40 \\ x^2 - 26x + 120 &= 0 \\ (x - 20)(x - 6) &= 0 \\ 0 < x < 10 \text{ 이므로 } x &= 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분 위에 한 점을 잡아 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형의 넓이가 작은 정사각형의 넓이의 3 배일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① $4\sqrt{3}$ cm ② $(8 - 2\sqrt{3})$ cm
③ 5cm ④ $(12 - 4\sqrt{3})$ cm
⑤ $(3 + 2\sqrt{2})$ cm

해설

큰 정사각형의 한 변을 x cm, 작은 정사각형의 한 변을 $(8 - x)$ cm라고 하면,

$$x^2 = 3(8 - x)^2$$

$$x^2 = 3(64 - 16x + x^2), x^2 - 24x + 96 = 0$$

근의 공식(짝수공식)을 이용하여 풀면

$$x = 12 \pm \sqrt{144 - 96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$$

$$x < 8 \text{ 이므로 } x = 12 - 4\sqrt{3}$$

5. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3, x = -2$$

6. 이차방정식 $2(x + a)^2 = b(b > 0)$ 의 해가 $x = 3 \pm \sqrt{5}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -3$

▷ 정답: $b = 10$

해설

$2(x + a)^2 = b$ 에서 $(x + a)^2 = \frac{b}{2}$ 이므로

$$x + a = \pm \sqrt{\frac{b}{2}}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{\frac{b}{2}}$$

따라서 $a = -3, b = 10$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + 5x - 2 + k = 0$ 이 중근을 갖기 위한 실수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{33}{4}$

해설

중근이 되려면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이므로

$$25 - 4 \times 1 \times (-2 + k) = 0$$

$$25 + 8 - 4k = 0, 4k = 33$$

$$\therefore k = \frac{33}{4}$$

8. 연속하는 세 자연수가 있다. 세 자연수의 제곱의 합이 149 일 때, 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면
 $(x-1)^2 + (x)^2 + (x+1)^2 = 149$ 이므로
 $3x^2 - 147 = 0$
 $x^2 - 49 = 0$
 $(x+7)(x-7) = 0$
 따라서 $x = 7$ (x 는 자연수) 이다.
 가장 작은 수는 $7 - 1 = 6$ 이다.

9. 어떤 자연수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제곱을 한 것보다 48 만큼 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

어떤 수를 x 라 하면
 $x^2 = 2x + 48$
 $x^2 - 2x - 48 = 0$
 $x = -6$ 또는 $x = 8$
 x 는 자연수이므로 $x = 8$

10. 이차방정식 $2(x+5)^2 - 14 = 0$ 의 해가 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A+B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수) [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2(x+5)^2 - 14 = 0, 2(x+5)^2 = 14, (x+5)^2 = 7$
 $\therefore x = -5 \pm \sqrt{7}$
 $A = -5, B = 7$
 $\therefore A + B = -5 + 7 = 2$

11. 다음은 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값을 구하여라.

$(x-1)(2x-3) = (x+1)^2$
 $x^2 - 7x = -2$
 $(x^2 - 7x + (\square)) = -2 + (\square)$
 $(x+a)^2 = b$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 27

해설

$(x-1)(2x-3) = (x+1)^2$
 $x^2 - 7x = -2$
 $(x^2 - 7x + \frac{49}{4}) = -2 + \frac{49}{4}$
 $(x - \frac{7}{2})^2 = \frac{41}{4}$
 $a = -\frac{7}{2}, b = \frac{41}{4}$
 $\therefore 4(a+b) = 4(-\frac{7}{2} + \frac{41}{4}) = 27$

12. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, k 의 값과 다른 근을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $k = 0, 1 - \sqrt{3}$ ② $k = 1, 2 + \sqrt{3}$
 ③ $k = 2, 1 + \sqrt{3}$ ④ $k = 3, 1 - \sqrt{3}$
 ⑤ $k = 4, 2 + \sqrt{3}$

해설

한 근 $2 - \sqrt{3}$ 을 대입하여 k 를 구하면 $k = 1$
 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 에서 $x = 2 \pm \sqrt{3}$
 따라서 다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$

13. 이차방정식 $x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 정하고, 이때의 중근을 구하여라. (단, $m > 0$) [배점 4, 중중]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** $m = 12$

해설

$x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 가지려면
 $(\frac{m}{2})^2 = 2m + 12$
 $m^2 - 8m - 48 = 0$
 $(m - 12)(m + 4) = 0$
 $m = 12 (\because m > 0)$
 $x^2 + 12x + 2 \times 12 + 12 = 0$
 $(x + 6)^2 = 0$
 $x = -6$ (중근)

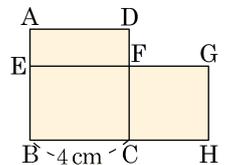
14. 이차방정식 $(x + 3)^2 = k - 1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $k - a$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** 4

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0 풀이어야 하므로
 $k - 1 = 0$
 $\therefore k = 1$
 $(x + 3)^2 = 0$ 이므로 $x = -3$
 $\therefore a = -3$
 $\therefore k - a = 1 - (-3) = 4$

15. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 FCHG 는 정사각형이다. $\overline{BC} = 4\text{cm}$ 이고, 정사각형 ABCD 와 직사각형 EBHG 의 넓이가 같을 때, 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이를 구하여라.



- [배점 4, 중중]
 ▶ **답:**
 ▷ **정답:** $8\sqrt{5}$ cm

해설

$\overline{CH} = x\text{cm}$ 라고 하면
 $4 \times 4 = x(4 + x)$
 $16 = 4x + x^2$
 $x^2 + 4x - 16 = 0$
 $x = -2 \pm 2\sqrt{5}$
 $x > 0$ 이므로 $x = -2 + 2\sqrt{5}$ (cm) 이다.
 따라서 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이는
 $\{4 + 2(-2 + 2\sqrt{5})\} \times 2 = 8\sqrt{5}$ (cm) 이다.

16. 십의 자리의 수가 4인 두 자리의 정수가 있다. 이 수는 이 수의 일의 자리의 수보다 2만큼 작은 수의 제곱과 같을 때, 이 수는 얼마인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 49

해설

일의 자리 수를 x 라 하면

$$40 + x = (x - 2)^2$$

$$x^2 - 5x - 36 = 0$$

$$(x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x \geq 0)$$

따라서 구하는 수는 $40 + p = 49$

17. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -18

해설

$$x^2 - 2ax + b = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm\sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

18. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

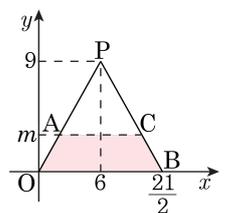
$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

19. 다음 그림에서 사다리꼴 AOBC의 넓이가 $\frac{105}{4}$ 일 때, m 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

세 점 O, A, P 를 지나는 직선의 방정식 : $y = \frac{3}{2}x$
 세 점 B, C, P 를 지나는 직선의 방정식 : $y = -2x + 21$
 A $(a, \frac{3}{2}a)$ 라 하면
 $\frac{3}{2}a = m, a = \frac{2}{3}m$
 C $(c, -2c + 21)$ 라 하면 $-2c + 21 = m, c = \frac{21 - m}{2}$
 $AC = \frac{21 - m}{2} - \frac{2}{3}m = \frac{63 - 7m}{6}$
 사다리꼴 AOBC 의 넓이 : $(\frac{21}{2} + \frac{63 - 7m}{6}) \times m \times \frac{1}{2} = \frac{105}{4}$
 $\frac{63}{6}m - \frac{7}{12}m^2 = \frac{105}{4}$
 $126m - 7m^2 = 315$
 $m^2 - 18m + 45 = 0$
 $(m - 15)(m - 3) = 0$
 $0 < m < 9$ 이므로 $m = 3$

20. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 10이고, 가운데 자리의 수의 4배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
 또, 이 자연수의 각 자리의 수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 198만큼 크다. 처음 자연수는?
 [배점 5, 중상]

- ① 235 ② 325 ③ 532
- ④ 523 ⑤ 358

해설

일, 십, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면
 p, q 는 0 이상 10미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 10 \cdots \text{①} \\ 4q = p + r \cdots \text{②} \end{cases}$$
 ①, ②에서 $q = 2$
 $100p + 20 + r = 100r + 20 + p + 198$
 $p - r = 2 \cdots \text{③}$
 $q = 2$ 를 ①에 대입하면 $p + r = 8 \cdots \text{④}$
 ③ + ④에서 $p = 5, r = 3$
 따라서 구하는 수는 325

21. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= -\frac{-6}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4 \\ \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

22. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

23. 명제 'x ≠ 2 이면 x² + px + q - 1 ≠ 0 이다.' 가 항상 참이기 위한 p, q 의 값을 각각 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : p = -4

▷ 정답 : q = 5

해설

주어진 명제의 대우, [x² + px + q - 1 = 0 이면 x = 2 이다.]가 참이면 명제도 참이다.

x² + px + q - 1 = 0 는 중근 x = 2 를 가지므로 (x - 2)² = 0 , 즉 x² - 4x + 4 = 0 이 된다.

따라서 p = -4, q - 1 = 4 이다.

∴ p = -4, q = 5

24. 이차방정식 x² + ax + 3a = 0 이 정수근을 가질 때, a 값들의 합을 구하라. (단, a 는 정수)

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

x² + ax + 3a = 0 에서 x = $\frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 12a}}{2}$

x 는 정수이므로 a² - 12a = k²

a² - 12a + 36 = k² + 36

(a - 6)² = k² + 36

(a - 6)² - k² = 36

(a - 6 + k)(a - 6 - k) = 36

(a - 6 + k) + (a - 6 - k) = 2a - 12 = 2(a - 6)

곱이 36 이고 합이 짝수인 순서쌍을 나타내면

a-6+k	18	6	2	-2	-6	-18
a-6-k	2	6	18	-18	-6	-2
2(a-6)	20	12	20	-20	-12	-20
a	16	12	16	-4	0	-4

따라서 a 의 값의 합은 16 + 12 + (-4) + 0 = 24 이다.

25. 연속하는 다섯 개의 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱에서 가장 작은 수의 제곱을 뺀 값을 a, 다섯 개의 수를 모두 더한 값을 b 라 할 때, a + b = 104 이다. 이때, 가장 큰 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

연속하는 다섯 개의 자연수를 n-2, n-1, n, n+1, n+2 (단, n > 2인 자연수)라 하면

(n + 2)² - (n - 2)² = 8n = a

(n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) = 5n = b

8n + 5n = 104 ∴ n = 8

따라서 가장 큰 수는 10 이다.