

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $(x+y)^2 = (y+x)^2$
 ② $(-x+y)^2 = (y-x)^2$
 ③ $-(x-y)^2 = (x-y)^2$
 ④ $(x-y)^2 = (y-x)^2$
 ⑤ $(x+y)^2 = (-x-y)^2$

해설

$$\begin{aligned} \text{③ } -(x-y)^2 &= -x^2 + 2xy - y^2 \\ (x-y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \\ -(x-y)^2 &\neq (x-y)^2 \end{aligned}$$

2. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면? [배점 3, 중하]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})} = \\ &\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{6} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

3. $(2x+y-2)(3x+2y+4)$ 를 전개하여 간단히 했을 때, xy 의 계수를 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$(2x+y-2)(3x+2y+4)$ 의 전개식에서 xy 의 계수만 정리해 보면
 $2x \times 2y + y \times 3x = 7xy$
 $\therefore xy$ 의 계수는 7

4. $\left(2x + \frac{a}{3}\right)\left(x + \frac{1}{6}\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수가 상수항의 3배일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$\left(2x + \frac{a}{3}\right)\left(x + \frac{1}{6}\right)$ 의 전개식에서
 1) x 항 $\Rightarrow 2x \times \frac{1}{6} + \frac{a}{3} \times x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}ax = \frac{1+a}{3}x$
 이므로
 x 의 계수: $\frac{1+a}{3}$
 2) 상수항 $\Rightarrow \frac{a}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{a}{18}$
 $(x \text{ 의 계수}) = 3 \times (\text{상수항})$ 이므로
 $\frac{1+a}{3} = 3 \times \frac{a}{18}$
 $\therefore a = -2$

5. $(5x-2y)^2$ 을 전개하면 $ax^2 + bxy + cy^2$ 이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① -2 ② 2 ③ 5 ④ 9 ⑤ 13

해설

$$(5x - 2y)^2 = 25x^2 - 20xy + 4y^2$$

$$a = 25, b = -20, c = 4 \text{ 따라서 } a + b + c = 9$$

6. $(x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3})$ 을 전개할 때, x 의 계수와 상수항의 차를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} x + 2 = t \text{ 라 하면 } (x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3}) \\ = (t + \sqrt{3})(t - \sqrt{3}) = t^2 - 3 = (x + 2)^2 - 3 = \\ x^2 + 4x + 4 - 3 = x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

∴ x 의 계수는 4, 상수항은 1 이므로 x 의 계수와 상수항의 차는 3

7. x 에 관한 이차식 $cx^2 - 13x - 20$ 를 인수분해 한 식이 $(ax - 5)(5x + b)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} (ax - 5)(5x + b) &= 5ax^2 + (ab - 25)x - 5b \\ &= cx^2 - 13x - 20 \end{aligned}$$

$$5a = c, ab - 25 = -13, -5b = -20$$

$$\therefore b = 4, a = 3, c = 15$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 15 = 22$$

8. $2x^2 + (2a - 3)x - 15$ 를 인수분해하면 $(2x - 3)(x + 5)$ 라고 한다. a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2x^2 + (2a - 3)x - 15 = (2x - 3)(x + 5)$$

$$= 2x^2 + 7x - 15$$

$$2a - 3 = 7 \quad \therefore a = 5$$

9. $x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$ 을 인수분해하는데 사용된 인수 분해 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

[배점 4, 중중]

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

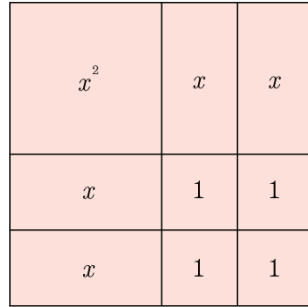
해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$$

$$= (x - 2y)^2 - z^2 \Rightarrow \text{이용된 공식 : } a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$= (x - 2y + z)(x - 2y - z) \Rightarrow \text{이용된 공식 : } a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

10. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$

$$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$$

따라서 한 변의 길이는 $(x + 2)$

11. $(x + 2)(x^2 + Ax + B)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 x 의 계수가 모두 0 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} (x + 2)(x^2 + Ax + B) &= x^3 + Ax^2 + Bx + 2x^2 + 2Ax + 2B \\ &= x^3 + (A + 2)x^2 + (2A + B)x + 2B \end{aligned}$$

$A + 2 = 0, 2A + B = 0$ 이므로 $A = -2, B = 4$
 $\therefore A + B = (-2) + 4 = 2$

12. $(4 + 2)(4^2 + 2^2)(4^4 + 2^4)(4^8 + 2^8) + 2^{15}$ 을 간단히 하여라.

[배점 5, 중상]

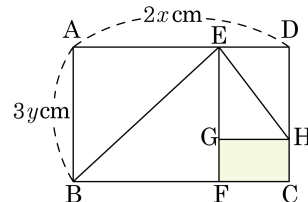
▶ 답 :

▷ 정답 : 2^{31}

해설

$$\begin{aligned} \text{주어진 식에다 } \frac{(4 - 2)}{(4 - 2)} \text{ 를 곱해서 정리하면,} \\ \frac{4^{16} - 2^{16}}{(4 - 2)} + 2^{15} &= \frac{2^{32} - 2^{16}}{(4 - 2)} + 2^{15} \\ &= 2^{31} - 2^{15} + 2^{15} = 2^{31} \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 가로 길이가 $2x$ cm, 세로 길이가 $3y$ cm 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 정사각형 EGHD를 잘라내었을 때, 남은 종이의 넓이를 x, y 의 식으로 바르게 나타낸 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $4x^2 + 18xy + 18y^2$
 ② $4x^2 - 18xy + 18y^2$
 ③ $4x^2 - 18xy - 18y^2$
 ④ $-4x^2 - 18xy + 18y^2$
 ⑤ $-4x^2 + 18xy - 18y^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GFCH &= \square ABCD - (\square ABFE + \square EGHD) \\ &= 6xy - \{(3y)^2 + (2x - 3y)^2\} \\ &= 6xy - (9y^2 + 4x^2 - 12xy + 9y^2) \\ &= -4x^2 + 18xy - 18y^2 \end{aligned}$$

14. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a+3b$ 의 값을 구하면? (단, $0 < b < 1$)
[배점 5, 중상]

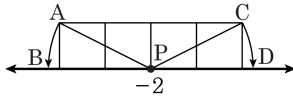
- ① $\sqrt{3}-3$ ② $2\sqrt{3}-1$ ③ $2\sqrt{3}-3$
④ $3\sqrt{3}-1$ ⑤ $3\sqrt{3}-3$

해설

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = 0, \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3} \text{ 이므로 } b = \sqrt{3}-1$$

$$2a+3b = 3(\sqrt{3}-1) = 3\sqrt{3}-3$$

15. 다음 그림은 넓이가 1 인 정사각형 4 개를 수직선 위에 붙여 놓은 것으로, $\overline{PA} = \overline{PB}$, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이다. 점 B 에 대응하는 수를 a , 점 D 에 대응하는 수를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: -1

해설

$$\overline{AP} = \sqrt{5}$$

$$a = -2 - \sqrt{5}, b = -2 + \sqrt{5}$$

$$\therefore ab = (-2 - \sqrt{5})(-2 + \sqrt{5}) = 4 - 5 = -1$$

16. $(x+y-4)(2x-3y+1)$ 을 전개한 식에서 xy 항의 계수와 x 항의 계수의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: -8

해설

(준식)

$$= 2x^2 - 3xy + x + 2xy - 3y^2 + y - 8x + 12y - 4$$

$$= 2x^2 - xy - 7x + 13y - 3y^2 - 4$$

xy 항의 계수: -1

x 항의 계수: -7

$$\therefore -1 + (-7) = -8$$

17. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 15^2 - 16^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: -136

해설

$$(1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + (5-6)(5+6) + \dots + (15-16)(15+16)$$

$$= -(1+2+3+4+5+\dots+15+16)$$

$$= -(17 \times 8)$$

$$= -136$$

18. $(3x+2y)^n$ 의 계수의 총합을 A, $(x-y)^n$ 의 계수의 총합을 B 라 할 때, $A^{\frac{1}{n}} + B$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 자연수)
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$A = (3+2)^n = 5^n$ ($\therefore$ 계수는 문자 앞의 수이므로
총합은 $x = y = 1$ 일 때이다.)

$$B = (1-1)^n = 0$$

$$\therefore A^{\frac{1}{n}} + B = (5^n)^{\frac{1}{n}} + 0 = 5$$

해설

$a + b = 6$ 인 경우는

$$(x+1)(x+5) = x^2 + 6x + 5$$

$$(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$$

$$(x+3)(x+3) = x^2 + 6x + 9$$

$\therefore 3$ 가지

19. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $\frac{|x|}{x-|x|} + \frac{2x+|x|}{|x|}$ 의 값은?(단, $|x|$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [배점 5, 상하]

① $\frac{1}{2}(3+3\sqrt{2})$

② $\frac{1}{2}(5+3\sqrt{2})$

③ $4+3\sqrt{2}$

④ $2+3\sqrt{2}$

⑤ $1+2\sqrt{3}$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이고 $2 < \sqrt{2} + 1 < 3$ 이므로

$$x = \sqrt{2} + 1 = 2. \times \times \times \dots \therefore |x| = 2$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{2}{\sqrt{2}+1-2} + \frac{2(\sqrt{2}+1)+2}{2}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{2} + 2$$

$$= 2(\sqrt{2}+1) + \sqrt{2} + 2$$

$$= 3\sqrt{2} + 4$$

20. 2 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 한다. $(x+a)(x+b)$ 를 전개하면 x 의 계수가 6 인 다항식은 몇 가지인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 가지

21. $x^2 - 20x + 84$ 가 17 의 배수일 때, 자연수 x 의 최솟 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

해설

$x^2 - 20x + 84 = (x-6)(x-14)$ 가 17 의 배수가 되려면

$x-6$ 또는 $x-14$ 가 17 의 배수가 되어야 한다.

이때, 자연수 x 의 최솟값은

$$x-6 = 17 \text{ 일 때이므로 } x = 23$$

22. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이라 하면

$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x)$ 라 쓸 수 있다.

$$f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0$$

$$f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0$$

$$A = -\frac{5}{2}, B = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$$

23. $a - b = 1, b - c = 3$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

이때, $a - b = 1, b - c = 3$ 의 두 식을 더하면

$$a - c = 4 \quad \therefore c - a = -4$$

$$\therefore \frac{1}{2} \{ 1^2 + 3^2 + (-4)^2 \} = 13$$

24. $a + b = -1, ab = 1$ 일 때, $a^{2009} + b^{2006}$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

근과 계수의 관계에 의하여 a, b 는 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근이다.

$$a^2 + a + 1 = 0 \text{ 이면 } (a-1)(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\therefore a^3 = 1$$

마찬가지로 $b^3 = 1$

$$\therefore a^{2009} + b^{2006} = (a^3)^{669} \cdot a^2 + (b^3)^{668} \cdot b^2$$

$$= a^2 + b^2$$

$$= (a+b)^2 - 2ab$$

$$= 1 - 2$$

$$= -1$$

25. $\sqrt{3333333333 - 66666}$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $33333\sqrt{3}$

해설

$33333 = a$ 로 놓으면

$$3333333333 = a \times 10^5 + a \text{ 이고}$$

$$66666 = 2a \text{ 이므로}$$

$$\therefore \sqrt{3333333333 - 66666}$$

$$= \sqrt{(a \times 10^5) + a - 2a}$$

$$= \sqrt{a(10^5 - 1)}$$

$$= \sqrt{a \times 99999}$$

$$= \sqrt{3 \times 11111 \times 3^2 \times 11111}$$

$$= 33333\sqrt{3}$$