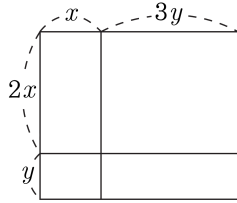


단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 사각형 전체의 넓이를 나타내는 식을 2개 고르면?



[배점 3, 중하]

- ① $(x+3y)(2x-y)$ ② $(x-3y)(2x+y)$
 ③ $(x+3y)(2x+y)$ ④ $2x^2+7xy+3y^2$
 ⑤ $2x^2+5xy+3y^2$

해설

$$S = (x+3y)(2x+y) = 2x^2 + 7xy + 3y^2$$

2. $x^2+ax-12 = (x+b)(x+4)$, $x^2-5x-c = (x+3)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 는? (a, b, c, d 는 상수)

[배점 3, 중하]

- ① -12 ② 14 ③ 20
 ④ -28 ⑤ -34

해설

$$\begin{aligned} x^2+ax-12 &= (x+b)(x+4) = x^2+(b+4)x+4b \\ a &= b+4, \quad -12 = 4b \\ \therefore b &= -3, \quad a = -3+4 = 1 \\ x^2-5x-c &= (x+3)(x+d) = x^2+(d+3)x+3d \\ -5 &= d+3, \quad c = -3d \\ \therefore d &= -8, \quad c = -3 \times (-8) = 24 \\ \therefore a+b+c+d &= 1-3+24-8 = 14 \end{aligned}$$

해설

$x^2+ax-12 = (x+b)(x+4)$ 에서 상수항을 비교하면

$$-12 = 4b \quad \therefore b = -3$$

$b = -3$ 을 식에 대입하면

$$x^2+ax-12 = (x-3)(x+4) = x^2+x-12$$

$$\therefore a = 1$$

$x^2-5x-c = (x+3)(x+d)$ 에서 x 의 계수를 비교하면

$$-5 = 3+d \quad \therefore d = -8$$

$d = -8$ 을 식에 대입하면

$$x^2-5x-c = (x+3)(x-8) = x^2-5x-24$$

$$\therefore c = 24$$

3. 두 이차식 x^2-3x-4 와 $2x^2-11x+12$ 의 공통인수는?
 [배점 3, 중하]

- ① $x-1$ ② $x-4$ ③ $x+1$
 ④ $2x-3$ ⑤ $2x+3$

해설

$$x^2-3x-4 = (x-4)(x+1)$$

$$2x^2-11x+12 = (2x-3)(x-4)$$

4. $a-2b=2$ 일 때, $a(x+y)-2b(x+y)-2x-2y$ 의 값은?
 [배점 3, 중하]

- ① $-4x-4y$ ② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ $4x+4y$

해설

$$\begin{aligned}
x + y &= A \text{ 로 치환하면} \\
(\text{준식}) &= aA - 2bA - 2A \\
&= A(a - 2b - 2) \\
&= A(2 - 2) \\
&= A \times 0 \\
&= 0
\end{aligned}$$

5. $(x^2 - 2x + 1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?
[배점 4, 중중]

① -3 ② -2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}
&(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x + 1) \text{ 의 전개식에서} \\
&x^2 \text{ 항: } x^2 - 2x \times (-2x) + x^2 = 2x^2 + 4x^2 = 6x^2 \\
&\therefore x^2 \text{ 의 계수는 } 6
\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}
&(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \text{ 를} \\
&\text{이용하면,} \\
&(x^2 - 2x + 1)^2 = x^4 + 4x^2 + 1 - 4x^3 - 4x + 2x^2 \\
&= x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 \\
&\therefore x^2 \text{ 의 계수는 } 6
\end{aligned}$$

6. $\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} - \frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$ 를 계산하면? [배점 4, 중중]

① $24\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$
④ $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{6}$

해설

$$\begin{aligned}
&\frac{(3+2\sqrt{2})^2 - (3-2\sqrt{2})^2}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \\
&\frac{(9+8+12\sqrt{2}) - (9+8-12\sqrt{2})}{9-8} = 24\sqrt{2}
\end{aligned}$$

7. 한 변의 길이가 a cm 인 정사각형의 가로, 세로의 길이를 5 cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 3 cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 15 cm 만큼 커졌다고 한다. 이 때, a 의 값은? [배점 4, 중중]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned}
&\text{정사각형의 넓이: } a^2, \text{ 직사각형의 넓이: } (a+5)(a-3) \\
&\text{두 사각형의 넓이 차이: } 15 \\
&(a+5)(a-3) - a^2 = 15 \\
&a^2 + 2a - 15 - a^2 = 15 \\
&2a = 30 \\
&\therefore a = 15
\end{aligned}$$

8. $-3 < x < -2$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 6x + 9} - 2\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{x^2}$ 을 구하면? [배점 4, 중중]

① $-2x - 1$ ② $2x + 7$ ③ -1
④ $4x + 7$ ⑤ $4x - 1$

해설

$$\begin{aligned}
&\sqrt{(x+3)^2} - 2\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} \\
&= |x+3| - 2|x+2| + |x| \\
&= x+3 + 2x+4 - x \\
&= 2x+7
\end{aligned}$$

9. $a = 2\sqrt{2} - 4$, $b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned} a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\ &= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\ &= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\ &= (-10)^2 = 100 \end{aligned}$$

10. $(2x - 1)(x^2 - 5x + 3) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하시오. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} (2x-1)(x^2-5x+3) &= 2x^3-10x^2+6x-x^2+5x-3 \\ &= 2x^3-11x^2+11x-3 \text{에서} \\ a &= 2, b = -11, c = 11, d = -3 \\ \therefore a + b + c + d &= -1 \end{aligned}$$

11. $(\sqrt{20} + a)(2 - 3\sqrt{5})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{6}$

해설

$$\begin{aligned} (\sqrt{20} + a)(2 - 3\sqrt{5}) &= 2\sqrt{20} - 3\sqrt{100} + 2a - 3a\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5} - 30 + 2a - 3a\sqrt{5} = (4 - 3a)\sqrt{5} + (2a - 30) \end{aligned}$$

이 유리수가 되기 위해서는

$$4 - 3a = 0 \quad \therefore a = \frac{4}{3}$$

12. $0 < x < 1$ 이고 $x + \frac{1}{x} = 6$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ 0
④ $-3\sqrt{2}$ ⑤ $-4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= 6^2 \text{ 이므로 } x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 36 \\ \text{따라서, } x^2 + \frac{1}{x^2} &= 34 \\ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 32 \\ \therefore x - \frac{1}{x} &= \pm 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

그런데, $0 < x < 1$ 이므로 $x - \frac{1}{x} < 0$ 이다.

따라서, $x - \frac{1}{x} = -4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \text{ 를 이용하여 다음처럼} \\ &\text{구할 수 있다.} \\ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 32 \\ \therefore x - \frac{1}{x} &= \pm 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

그런데, $0 < x < 1$ 이므로 $x - \frac{1}{x} < 0$ 이다.

따라서, $x - \frac{1}{x} = -4\sqrt{2}$

13. 두 자연수 x 와 y 를 7로 나누면 나머지가 각각 5와 3이다. xy 를 7로 나눌 때의 나머지를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = 7a + 5$, $y = 7b + 3$ (a, b 는 음이 아닌 정수)에서

$$\begin{aligned} xy &= (7a + 5)(7b + 3) \\ &= 49ab + 21a + 35b + 15 \\ &= 7(7ab + 3a + 5b + 2) + 1 \end{aligned}$$

14. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 8 ③ 14
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} \\ (xy)^2 &= x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1 \\ xy &= 1 (\because x > 0, y > 0) \\ \text{따라서, } x^3y + xy^3 &= xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

15. $(x+y+4)(x-y+4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은? [배점 5, 중상]

- ① $(x-y+4)$
② $(x+y-4)^2$
③ $(x-y-2)(x+y+8)$
④ $(x+y-4)(x-y-4)$
⑤ $(-x-y+4)(x-y+4)$

해설

$$\begin{aligned} x+4 &= t \text{ 라 하면} \\ (t+y)(t-y) - 16x &= t^2 - y^2 - 16x \\ &= (x+4)^2 - 16x - y^2 \\ &= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2 \\ &= (x^2 - 8x + 16) - y^2 \\ &= (x-4)^2 - y^2 \\ &= (x+y-4)(x-y-4) \end{aligned}$$

16. $\sqrt{89 \times 91 + 1} = 10 \times a^2$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \pm 3$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{89 \times 91 + 1} &= \sqrt{(90-1)(90+1) + 1} \\ &= \sqrt{90^2 - 1 + 1} = \sqrt{90^2} = 90 = 10a^2 \\ a^2 &= 9 \text{ 이므로} \\ a &= \pm 3 \end{aligned}$$

17. 하남이는 직육면체 모양의 케이크를 주문하였다. 주문한 케이크의 밑면은 한 변의 길이가 a cm 인 정사각형이고, 높이는 10 cm 이었다. 그러나 배달된 케이크는 주문한 것과 높이는 같았지만, 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 5 cm, 2 cm 만큼 길었다. 배달된 케이크의 양은 주문한 케이크의 양보다 얼마만큼 많은가?

[배점 5, 상하]

- ① $7a$ cm³ ② $(7a + 10)$ cm³
 ③ $(70a + 100)$ cm³ ④ $(700a + 70)$ cm³
 ⑤ $(700a + 100)$ cm³

해설

주문한 케이크의 부피는 $a \times a \times 10 = 10a^2$
 배달된 케이크의 부피는 $(a + 5) \times (a + 2) \times 10$
 $= 10(a + 5)(a + 2) = 10(a^2 + 7a + 10) = 10a^2 + 70a + 100$
 $\therefore$ 부피의 차는 $(10a^2 + 70a + 100) - 10a^2 = 70a + 100$

18. $x^2 - x - 2 = 0$ 일 때, $\frac{x^3 - x^2 - 2}{x - 1}$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} x^2 - x &= 2 \quad \text{이므로} \quad \frac{x^3 - x^2 - 2}{x - 1} = \\ \frac{x(x^2 - x) - 2}{x - 1} &= \frac{2x - 2}{x - 1} = \frac{2(x - 1)}{x - 1} = 2 \end{aligned}$$

19. 다음 두 식의 공통인수를 구하여라.

$$a^2 - a - 2, (a - 1)^3 - a + 1 \quad [\text{배점 5, 상하}]$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $a - 2$

해설

$$\begin{aligned} a^2 - a - 2 &= (a - 2)(a + 1) \\ (a - 1)^3 - a + 1 &= a(a - 1)(a - 2) \end{aligned}$$

20. 다음 식을 인수분해하면?

$$(x - 2)(x - 1)(x + 1)(x + 2) - 40$$

[배점 5, 상하]

- ① $(x + 3)^2(x^2 + 4)$
 ② $(x - 3)^2(x^2 + 4)$
 ③ $(x + 3)(x - 3)(x^2 + 4)$
 ④ $(x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2)$
 ⑤ $(x + 2)(x - 2)(x^2 + 3)$

해설

$$\begin{aligned} (x^2 - 4)(x^2 - 1) - 40 &= x^4 - 5x^2 - 36 \\ &= (x^2 - 9)(x^2 + 4) = (x + 3)(x - 3)(x^2 + 4) \end{aligned}$$

21. $\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2$ 을 인수분해 하면?
[배점 5, 상하]

- ① $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}\right)^2$ ② $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}\right)^2$
③ $\left(\frac{1}{7}b - \frac{1}{5}a\right)^2$ ④ $\left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$
⑤ $\left(\frac{1}{7}a + \frac{1}{5}b\right)^2$

해설

$$\frac{1}{49}a^2 - \frac{2}{35}ab + \frac{1}{25}b^2 = \frac{1}{49}a^2 - \left(2 \times \frac{1}{7}a \times \frac{1}{5}b\right) + \frac{1}{25}b^2 = \left(\frac{1}{7}a - \frac{1}{5}b\right)^2$$

22. $(x^2 - x + 1)^{10} = a_{20}x^{20} + a_{19}x^{19} + a_{18}x^{18} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 라 할 때,
 $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{18} + a_{20}$ 의 값을 구하면?
[배점 6, 상중]

- ① $\frac{1}{2}(3^{10} + 1)$ ② $\frac{1}{2}(3^{10} - 1)$
③ $(3^{10} + 1)$ ④ $\frac{1}{2}(-3^{10} + 1)$
⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - x + 1)^{10} \text{ 에서 } f(1) = 1 \\ f(x) &= (x^2 - x + 1)^{10} \text{ 에서 } f(-1) = 3^{10} \\ a_0 + a_2 + \dots + a_{18} + a_{20} &= x \\ a_1 + a_3 + \dots + a_{17} + a_{19} &= y \\ x + y &= 1, x - y = 3^{10} \\ \therefore x &= \frac{1}{2}(3^{10} + 1) \end{aligned}$$

23. 세 자연수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} x + y + z + xy + yz + zx &= 29 - xyz \text{ 에서} \\ xyz + x + y + z + xy + yz + zx &= 29 \\ xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + z &= 29 \\ xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + (z + 1) &= 30 \\ (z + 1)(xy + x + y + 1) &= 30 \\ (x + 1)(y + 1)(z + 1) &= 30 \\ \text{이때, } x, y, z \text{ 는 자연수이고 } 30 &= 2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로} \\ (x, y, z) &= (1, 2, 4) \\ \therefore x^2 + y^2 + z^2 &= 21 \end{aligned}$$

24. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① 연속한 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 합과 같다.
② 연속한 두 홀수의 제곱의 차는 8 의 배수이다.
③ 연속한 두 짝수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의 3 배와 같다.
④ 차가 3 인 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의 3 배와 같다.
⑤ 연속한 세 자연수에서 가운데 수의 제곱은 나머지 두 수의 곱에 1 을 더한 수와 같다.

해설

- ① $(n + 1)^2 - n^2 = 2n + 1$
② $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = 8n$
③ $(2n + 2)^2 - (2n)^2 = 2(4n + 2)$
④ $(n + 3)^2 - n^2 = 3(2n + 3)$
⑤ $n^2 = (n - 1)(n + 1) + 1$

25. 자연수 n 에 대하여 n^2+8n-9 가 소수가 된다고 한다.
이 때, 이 소수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$n^2 + 8n - 9 = (n + 9)(n - 1)$$

소수가 되려면 $n + 9 = 1$ or $n - 1 = 1$

n 이 자연수이므로 $n = 2$

$$\therefore (2 + 9)(2 - 1) = 11$$