

단원 종합 평가

1. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \leq x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} - 1 > 1$
② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤ $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

3. $\sqrt{45} + \sqrt{15} \times \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{10} \div \sqrt{2} = x\sqrt{5}$ 를 만족하는 상수 x 의 값을 구하여라.
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$\sqrt{9 \times 5} + 3\sqrt{\frac{15}{3}} - \sqrt{\frac{10}{2}} = 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = 5\sqrt{5}, \therefore x = 5$$

4. 다음 중 $\sqrt{45+x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 4 ③ 19 ④ 26 ⑤ 36

해설

- ① $\sqrt{45+3} = \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.
④ $\sqrt{45+26} = \sqrt{71}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

5. $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \times 5\sqrt{6} = 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3^2 \times 2} = 30\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 30$$

6. 다음 중 $\sqrt{30} \approx 5.477$ 을 이용하여 근삿값을 구할 수 없는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{0.003}$ ② $\sqrt{0.03}$ ③ $\sqrt{0.3}$
 ④ $\sqrt{3000}$ ⑤ $\sqrt{300000}$

해설

- ① $\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = 0.01\sqrt{30}$
 ② $\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = 0.1\sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{0.3} = \sqrt{30 \times 0.01} = 0.1\sqrt{30}$
 ④ $\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 100} = 10\sqrt{30}$
 ⑤ $\sqrt{300000} = \sqrt{30 \times 10000} = 100\sqrt{30}$

7. $\sqrt{18} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + \sqrt{25}$ 을 간단히 하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $5\sqrt{2}$

해설

$$3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

8. 다음 ㉠, ㉡을 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

㉠ $3 < \sqrt{n} < 4$

㉡ $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되는 n

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

㉠ $3 < \sqrt{n} < 4$

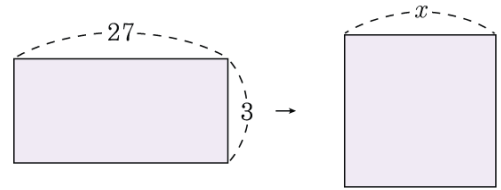
$9 < n < 16$

$n = 10, 11, 12, 13, 14, 15$

㉡ $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되려면

$n = 12$

9. 다음 그림과 같이 가로가 27이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $27 \times 3 = 81$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 81$ 을 만족하여야 한다. 즉, 81의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 81의 제곱근은 ± 9 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 9가 된다.

10. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

① $-4a - 3$

② $-4a + 3$

③ $-2a + 3$

④ $2a - 3$

⑤ $2a + 3$

해설

$$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a+3$$

11. $\sqrt{3x+40}$ 이 $12 < \sqrt{3x+40} < 15$ 를 만족하는 정수가 되는 자연수 x 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 43

▷ 정답: 52

해설

$$12 < \sqrt{3x+40} < 15$$

$$3x+40 = 13^2 = 169, x = 43$$

$$3x+40 = 14^2 = 196, x = 52$$

12. 다음 두 수의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?
[배점 3, 중하]

① $3 - \sqrt{3} < 5 - \sqrt{5}$

② $\sqrt{0.3} < 0.3$

③ $4\sqrt{3} - 1 < 3\sqrt{5} - 1$

④ $5 < \sqrt{3} + 3$

⑤ $2\sqrt{6} + 2 < 3\sqrt{2} + 2$

해설

① $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $1 < 3 - \sqrt{3} < 2$

$2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $2 < 5 - \sqrt{5} < 3$

$\therefore 3 - \sqrt{3} < 5 - \sqrt{5}$

나머지의 부등호의 바른 방향은 모두 반대 방향으로 바뀐다.

13. $a = \sqrt{32} - \frac{12}{\sqrt{8}}, b = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{6}}$
일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$a = 4\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{3}\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{6\sqrt{2}}{18} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \sqrt{2} \div \frac{\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{2}} = 6$$

14. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 43

해설

$$\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4 \text{ 이므로}$$

$$N(8) = 2$$

$$N(9), N(10), \dots, N(15) = 3$$

$$N(16), N(17), \dots, N(20) = 4$$

$$\therefore N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$$

15. 다음 중 가장 작은 수는?

[배점 4, 중중]

① $\frac{2}{3}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

② $\sqrt{\frac{2}{3}}$
⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

③ $\sqrt{0.\dot{6}}$

해설

모두 양수이므로 각 수를 제곱하여 비교하면

① $\frac{4}{9}$

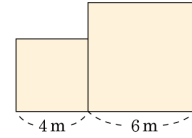
② $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

③ $(\sqrt{0.\dot{6}})^2 = 0.\dot{6} = \frac{6}{9}$

④ $\frac{2}{9}$

⑤ $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 4m, 6m 인 정사각형 모양의 화단이 나란히 붙어 있다. 이것과 넓이가 같은 정사각형 모양의 화단을 만들 때, 한 변의 길이는?



[배점 4, 중중]

① $\sqrt{13}\text{m}$

② $2\sqrt{13}\text{m}$

③ $\sqrt{24}\text{m}$

④ $\sqrt{26}\text{m}$

⑤ $2\sqrt{26}\text{m}$

해설

$$4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

한 변의 길이를 x 라 하면

$$x^2 = 52$$

$$\therefore x = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{m})$$

17. $y = a\sqrt{x}$ 에서 $x = 5$ 일 때, $y = 10$ 이다. $x = 10$ 일 때, y 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $10\sqrt{2}$

해설

$$10 = a\sqrt{5}$$

$$\therefore a = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$y = 2\sqrt{5}\sqrt{10} = 2\sqrt{5 \times 5 \times 2} = 10\sqrt{2}$$

18. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는? [배점 5, 중상]

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 36 ⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$$-5 + \square = -1, \square = 4$$

4 는 16 의 양의 제곱근

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

19. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\textcircled{1} \sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2) = \sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2 > 0$$

$$\therefore \sqrt{18}+3 > \sqrt{15}-2$$

$$\textcircled{2} 2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1 = \sqrt{28}-\sqrt{18}+1 > 0$$

$$\therefore 2\sqrt{7} > 3\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a = \sqrt{18}+3 = 3\sqrt{2}+3, b = 3\sqrt{2}-1$$

$$b-a = 3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3) = -4 \text{ 이다.}$$

20. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① $-3a$ ② $-2a$ ③ a
 ④ $\sqrt{2}a$ ⑤ $\sqrt{3}a$