

단원 종합 평가

1. $a < 5$ 일 때, $\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2}$ 을 바르게 계산한 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $-2a - 10$ ② $-2a$ ③ 0
④ $2a$ ⑤ $2a + 10$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2} \\ &= -(a-5) - (-a+5) \\ &= -a+5+a-5=0\end{aligned}$$

2. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면?
[배점 3, 중하]

- ① $-4a - 3$ ② $-4a + 3$ ③ $-2a + 3$
④ $2a - 3$ ⑤ $2a + 3$

해설

$$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a+3$$

3. $\sqrt{28}\sqrt{231} = A\sqrt{33}$, $4\sqrt{3} = \sqrt{B}$ 일 때, $B-A$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 34

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{28}\sqrt{231} &= \sqrt{2^2 \times 7} \sqrt{3 \times 7 \times 11} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 7^2 \times 11} = 14\sqrt{33}\end{aligned}$$

$$A = 14$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \times 3} = \sqrt{48}$$

$$B = 48$$

$$\therefore B - A = 48 - 14 = 34$$

4. $\sqrt{12}$ 의 소수 부분을 a , $2 + \sqrt{3}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $b-a$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① $3\sqrt{3} - 3$ ② $2 - \sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3} - 1$
④ $2\sqrt{3} - 2$ ⑤ $1 - \sqrt{3}$

해설

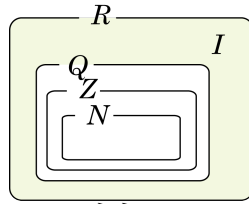
$3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로 $\sqrt{12}$ 의 정수 부분은 3, 소수 부분은 $a = \sqrt{12} - 3$

$1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분은 3, 소수 부분 $b = \sqrt{3} - 1$

$$\begin{aligned}\therefore b - a &= (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{12} - 3) \\ &= \sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3} + 3 = 2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

5. 벤다이어그램의 색칠된 부분이 다음과 같을 때, 색칠된 부분에 속하지 않는 원소들끼리 나열된 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{\sqrt{4}, 3.14, \sqrt{3}\}$
 ② $\{1.010120123..., \pi, 0\}$
 ③ $\{0, 1.\dot{3}\dot{2}, \sqrt{100}\}$
 ④ $\{\frac{1}{3}, \sqrt{4}, \pi\}$
 ⑤ $\{\sqrt{5}-1, 0, -\sqrt{1.25}\}$

해설

1.010120123... $\Rightarrow$ 비순환소수이므로 무리수이다.

1. $\dot{3}\dot{2}$ $\Rightarrow$ 순환소수이므로 유리수이다.

$-\sqrt{1.25} \Rightarrow -\sqrt{\frac{125}{100}} = \frac{-\sqrt{5}}{2}$ 근호를 없앨 수 없으므로 무리수이다.

$\sqrt{5}-1 \Rightarrow$ 근호를 없앨 수 없으므로 무리수이다.

6. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 정의는?
 [배점 4, 중중]

- ① $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수
 ② $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 있는 수
 ③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수
 ④ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수
 ⑤ $\frac{b}{a}$ ($b \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-3)^2 a^2} \times \sqrt{4a^2} = 6a^2$

㉡ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{25a^2} - \sqrt{(-6a)^2} = -a$

㉢ $a < 0, b > 0$ 일 때,
 $\sqrt{100a^2} - 5\sqrt{4b^2} = 10(a-b)$

㉣ $a > 0, b < 0$ 일 때,
 $\sqrt{(4a)^2} - \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(6b)^2} = 2a + 7b$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

㉡ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{25a^2} - \sqrt{(-6a)^2} = -5a - (-6a) = a$

㉣ $a < 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{100a^2} - 5\sqrt{4b^2} = -10a - 5 \times 2b = -10(a+b)$

8. 다음 중 $\sqrt{60}$ 의 근삿값과 숫자 배열이 같은 것을 모두 고르면?
 [배점 4, 중중]

① $\sqrt{0.6}$

② $\sqrt{600}$

③ $\sqrt{6000}$

④ $\sqrt{60000}$

⑤ $\sqrt{0.0006}$

해설

$\sqrt{60}$ 이 들어가는 형태로 표현할 수 있으면 $\sqrt{60}$ 과 숫자 배열이 같은 수이다.

$$\sqrt{0.6} = \sqrt{\frac{6}{10}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{60}}{10}$$

$$\sqrt{600} = 10\sqrt{6}$$

$$\sqrt{6000} = 10\sqrt{60}$$

$$\sqrt{60000} = 100\sqrt{6}$$

$$\sqrt{0.0006} = \sqrt{\frac{6}{10000}} = \frac{\sqrt{6}}{100}$$

②, ④, ⑤는 $\sqrt{6}$ 과 숫자 배열이 같은 수

9. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\sqrt{a} + b$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $a^2 - b^2$
④ ab ⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

10. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 Q, I, R 이라고 할 때, $\frac{\pi}{4} \in Q^C$ 이다.
㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.
㉢ $\{1 - \sqrt{7}, \sqrt{121}, -\sqrt{15^2}, \pi\}$ 는 무리수 집합이다.
㉣ 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 Q, I, R 이라고 할 때 $Q \subset I \subset R$ 가 성립한다.
㉤ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.
㉥ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절대값은 같다.

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

㉠ 순환소수는 유리수이다.

㉢ $\{\sqrt{121}, -\sqrt{15^2}\}$ 는 유리수 집합이다.

㉣ 유리수와 무리수는 실수에 포함되지만, 유리수는 무리수에 포함되지 않는다.

㉤ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

11. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가? [배점 5, 중상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

$$(\text{두 원의 넓이의 합}) = \pi r^2 + \pi (3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm } (\because r > 0)$$

12. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

[배점 5, 중상]

- ① -11 ② 7 ③ 10

- ④ 13 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

13. 유리수, 무리수의 집합을 각각 Q, I 라고 한다. $a \in Q, b \in I$ 일 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $ab \in Q$ ② $\sqrt{a} + b \in I$

- ③ $a + b^2 \in Q$ ④ $a - b \in I$

- ⑤ $b\sqrt{a} \in I$

해설

① 반례: $a = 2, b = \sqrt{2},$

$$2\sqrt{2} \in I$$

② 반례: $a = 2, b = -\sqrt{2},$

$$\sqrt{2} - \sqrt{2} \in Q$$

③ 반례: $a = 1, b = 0.1234\cdots,$

$$1 + (0.1234\cdots)^2 \in I$$

⑤ 반례: $a = 2, b = \sqrt{2},$

$$\sqrt{2}\sqrt{2} = 2 \in Q$$

14. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}, \sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$
일 때, $a - b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3 \\ & \sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \quad \therefore b = 2 \\ & \therefore a - b = 1 \end{aligned}$$

15. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열 하여라.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$ | ㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$ |
| ㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$ | ㉣ $-(\sqrt{-y})^2$ |
| ㉤ $-\sqrt{(y-3)^2}$ | ㉥ $\sqrt{(x-1)^2}$ |

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉠

해설

- ㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$
 ㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$
 ㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$
 ㉣ : $y, -2 < y < -1$
 ㉤ : $y-3, -5 < y-3 < -4$
 ㉥ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$
 ㉡, ㉤ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

16. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x, y 는 다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로 $y=1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $x+y = 3+1 = 4$

$y=2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $x+y = 6+2 = 8$

$y=3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $x+y = 1+3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x+y \geq 7$ ($y=4$ 일 때, $x=3$) 이다.

따라서 $x+y$ 의 최솟값은 4 이다.

17. $100 \leq a \leq 200$ 일 때, $\sqrt{7a}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 287

해설

$$\begin{aligned} a &= 7 \times x^2 \\ 100 &\leq 7 \times x^2 \leq 200 \\ 14. \times \times &\leq x^2 \leq 28. \times \times \\ x &= 4, 5 \\ a &= 112, 175 \\ \therefore 112 + 175 &= 287 \end{aligned}$$

18. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}-1} &= \sqrt{2}+1 \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - (\sqrt{2}+1)}} \\ &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) \\ &= 1 \end{aligned}$$

19. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서
최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

[배점 6, 상중]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} 7 &< \sqrt{3n} < 9 \\ 49 &< 3n < 81 \\ \frac{49}{3} &< n < 27 \\ \therefore a &= 26, b = 17 \end{aligned}$$

20. 서로소인 두 자연수 m, n 에 대하여 $\left[10\sqrt{\frac{n}{m}}\right] = 20$,
 $\sqrt{(m-n)^2} = 100$ 일 때, $m + n$ 의 값이 될 수 있는
수를 모두 구하여라. (단, $[a]$ 는 a 보다 크지 않은 최대
의 정수) [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 162

▷ 정답: 166

해설

$$\begin{aligned} \left[10\sqrt{\frac{n}{m}}\right] &= 20 \text{ 에서 } 20 \leq 10\sqrt{\frac{n}{m}} < 21, 2 \leq \sqrt{\frac{n}{m}} < 2.1 \\ \therefore 4 &\leq \frac{n}{m} < 4.41 \dots \textcircled{1} \\ \text{이때, } \frac{n}{m} &> 1 \text{ 이므로 } n > m \\ \sqrt{(m-n)^2} &= 100, n - m = 100 \\ \therefore n &= m + 100 \dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } 4 &\leq \frac{m+100}{m} < 4.41 \\ 4 \leq 1 + \frac{100}{m} &< 4.41, 3 \leq \frac{100}{m} < 3.41 \\ 3m &\leq 100 < 3.41m \\ 3m &\leq 100 \text{ 에서 } m \leq 33.3 \dots \textcircled{3} \\ 100 &< 3.41m \text{ 에서 } m > 29.3 \dots \textcircled{4} \\ \textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ 에서 } 29.3 \times \times \times &< m \leq 33.3 \times \times \times \\ \therefore m &= 30, 31, 32, 33 \\ \text{이때 각각의 } m \text{ 에 대한 } n \text{ 의 값은} \\ n &= 130, 131, 132, 133 \text{ 이다.} \\ \text{그런데 } m, n &\text{ 은 서로소이므로} \\ (m, n) &= (31, 131), (33, 133) \text{ 이므로} \\ m + n &= 162, \text{ 또는 } 166 \text{ 이다.} \end{aligned}$$