

단원 종합 평가

1. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해집합은? [배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$ ② $\{-3, -1\}$
 ③ $\{-1\}$ ④ $\{1, 3\}$
 ⑤ $\{1\}$

해설

x 에 집합의 원소들을 대입하면 $x = 1$ 일 때에만 성립한다.
 따라서 해집합은 $\{1\}$ 이다.

2. $A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x \mid 2x^2 - 3x - 9 = 0\}$ 일 때, 다음 중 $A \cap B$ 의 원소인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

해설

집합 A 에서 $(x-3)(x-1) = 0$, $x = 1, 3$
 집합 B 에서 $(2x+3)(x-3) = 0$, $x = -\frac{3}{2}, 3$
 따라서 $A \cap B = \{3\}$ 이다.

3. 이차방정식 $(x-3)^2 = a$ 의 두 근의 합을 구하여라. ($a > 0$) [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} (x-3)^2 &= a \\ x &= 3 \pm \sqrt{a} \\ (3 + \sqrt{a}) + (3 - \sqrt{a}) &= 6 \end{aligned}$$

4. 다음 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x &= -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4 \\ (x-2)^2 &= 3 \\ \therefore a &= -2, b = 3 \\ \therefore a + b &= 1 \end{aligned}$$

5. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a-b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 0 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} x^2 - ax + 3 &= 0, x^2 + 2x - b = 0 \text{에} \\ x = 1 \text{을 대입하면} \\ a &= 4, b = 3 \\ \therefore a - b &= 1 \end{aligned}$$

6. 이차방정식 $(3x - 2)(2x + 3) = 0$ 을 풀면?

[배점 3, 중하]

① $x = 2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

$$(3x - 2)(2x + 3) = 0$$

$$3x - 2 = 0 \text{ 또는 } 2x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

7. 이차방정식 $(5x - 4)^2 = 9$ 를 풀어라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $x = \frac{1}{5}$

▶ 정답: $x = \frac{7}{5}$

해설

$$(5x - 4)^2 = 9$$

$$5x - 4 = \pm 3$$

$$5x = 4 \pm 3, x = \frac{4 \pm 3}{5}$$

$$x = \frac{7}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{5}$$

8. 이차방정식 $(x + a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은? [배점 3, 중하]

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x + a = \pm\sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 + 4x = 1$$

$$(x + 2)^2 = 54$$

$$\therefore a = 2, b = 5$$

$$\therefore a + b = 7$$

10. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

11. 이차방정식 $3x^2 - (2k+3)x - 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을 a 라고 한다. $a - \frac{1}{a} = k$ 일 때, $(k-1)^2$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 25 ② 16 ③ 9 ④ 4 ⑤ 1

해설

a 가 주어진 방정식의 근이므로 $x = a$ 에 대입하면

$$3a^2 - (2k+3)a - 3 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면, } 3a - (2k+3) - \frac{3}{a} = 0$$

$$3(a - \frac{1}{a}) = 2k+3, 3k = 2k+3 \therefore k = 3$$

$$\therefore (k-1)^2 = 4$$

12. 실수 전체 집합의 부분집합 $A = \{x \mid 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x \mid 13 - 3x = 0\}$ 에 대하여 이차방정식 $(2x - 3)(13 - 3x) = 0$ 의 해의 집합은? [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B$ ② $A \cup B$ ③ $A - B$

- ④ $A^C \cap B$ ⑤ $A^C \cup B^C$

해설

이차방정식 $(2x - 3)(13 - 3x) = 0$ 일 때,

$$2x - 3 = 0 \text{ 또는 } 13 - 3x = 0 \quad \therefore A \cup B$$

13. 다음 중 이차방정식과 해가 잘못 짝지어진 것은?

[배점 4, 중중]

① $(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{5}$

② $3x^2 - 6x - 5 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{1}{2}x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{6}$

④ $\frac{1}{2}x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $2(x-5)^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 5 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

② $3x^2 - 6x - 5 = 0, 3(x^2 - 2x) = 5$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 5 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 8$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

14. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$$3x^2 - 8x + 1 = 0$$

[배점 4, 중중]

① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$

② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$

③ $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$

④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$

⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3 을 나누면 $x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0, x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3}, x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$
 $\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$ 이다.

15. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x+5)^2 = \frac{m+6}{4}$$

[배점 4, 중중]

- ① $m > 3$ ② $m < -6$ ③ $m = 0$
 ④ $m < 3$ ⑤ $m > -6$

해설

$$\begin{aligned} \frac{m+6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로} \\ m+6 < 0 \\ \therefore m < -6 \end{aligned}$$

16. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.
 ㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
 ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0 이다.
 ㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉣
 ③ ㉠, ㉢, ㉣ ④ ㉡, ㉢, ㉣
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x-p = \pm\sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$
 ㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.
 ㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.
 ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm\sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0 이다. 따라서 참이다.
 ㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

17. 전체집합 $U = \{x \mid 7x-5 \leq 4x+16 \text{이고 } x \text{는 자연수}\}$ 일 때,
 부분집합 $A = \{x \mid x^2-5x+6=0\}$ 에 대하여 A^C 을
 원소나열법으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $A^C = \{1, 5, 6, 7\}$
 ② $A^C = \{1, 4, 5, 6, 7\}$
 ③ $A^C = \{1, 4, 5, 7\}$
 ④ $A^C = \{1, 2, 5, 6, 7\}$
 ⑤ $A^C = \{1, 3, 5, 6, 7\}$

해설

$7x-5 \leq 4x+16$ 에서 $7x-4x \leq 16+5$, $3x \leq 21$
 $\therefore x \leq 7$
 주어진 전체집합을 원소나열법으로 나타내면 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이다.
 $x^2-5x+6=0$ 의 해집합은 $\{2, 3\}$ 이므로 $A^C = \{1, 4, 5, 6, 7\}$ 이 된다.

18. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때,
 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - 3a + 1 &= 0 \\ \text{양변을 } a \text{ 로 나누면 } a - 3 + \frac{1}{a} &= 0 \\ \therefore a + \frac{1}{a} &= 3 \\ \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} &= (a + \frac{1}{a})^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7 \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)
 [배점 5, 중상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} (x-1)(x-b) &= -1 \text{ 이 중근 } a \text{ 를 가지므로} \\ x \text{ 에 } a \text{ 를 대입하면} \\ (a-1)(a-b) &= -1 \\ \text{i) } a-1 &= -1, a-b=1 \text{ 인 경우} \\ a=0, b &= -1, a \neq 0 \text{ 이므로 부적합} \\ \text{ii) } a-1 &= 1, a-b=-1 \text{ 인 경우} \\ a=2, b &= 3 \\ \therefore b &= 3 \end{aligned}$$

20. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을
 m 이라 하면 $n < m < n+1$ 이다.
 정수 n 의 값은?
 [배점 5, 중상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 2 &= 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2 \\ 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) &= -2 + \frac{49}{8} \\ 2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 &= \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16} \\ x &= \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4} \\ \therefore m &= \frac{7 + \sqrt{33}}{4} \\ 5 &< \sqrt{33} < 6 \\ \frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25 \\ 3 < m < 4 \\ \therefore n &= 3 \end{aligned}$$

21. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일
 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -18

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2ax + b &= 0 \text{ 에서 } x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + \\ a^2 &= -b + a^2 \\ (x-a)^2 &= -b + a^2, (x-a) = \pm\sqrt{-b+a^2} \\ \therefore x &= a \pm \sqrt{-b+a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5} \\ \text{따라서 } a &= 1, a \text{ 값을 대입하면} \\ \sqrt{1-b} &= \sqrt{20} \\ \therefore b &= -19 \\ \text{따라서 } a+b &= -18 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

22. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

23. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $x^2 - 4x = 3x$ [0]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

24. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

25. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$