

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b, c 의 합을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned} 3(x-1)^2 - 2x &= x^2 + 2 \text{ 에서} \\ 3(x^2 - 2x + 1) - 2x &= x^2 + 2 \\ \therefore 2x^2 - 8x + 1 &= 0 \\ \text{따라서 } a &= 2, b = -8, c = 1 \text{ 이므로} \\ a + b + c &= 2 + (-8) + 1 = -5 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $k = \frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} &= 0 \\ \text{i) } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 &= 0, x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0 \\ -\frac{3}{2} &= k-1 \quad \therefore k = -\frac{1}{2} \\ \text{ii) } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 &= 0, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0 \\ \frac{3}{2} &= k-1 \quad \therefore k = \frac{5}{2} \\ \text{따라서 } k &\text{ 는 양수이므로 } k = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은? [배점 3, 중하]

① $a < 0$ ② $a \geq 0$ ③ $b < 0$

④ $b > 0$ ⑤ $ab > 0$

해설

$$\begin{aligned} x + a &= \pm\sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b} \\ \text{근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이} \\ &\text{어야 한다.} \\ \therefore b &> 0 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $(x-1)^2 + a - 2 = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$$\begin{aligned} (x-1)^2 &= -a + 2 \text{ 가 해를 가지려면, } -a + 2 \geq 0 \\ \therefore a &\leq 2 \end{aligned}$$

5. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은? [배점 3, 중하]

① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k > 0$

④ $k < 0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$(x-p)^2 = k$, $x-p = \pm\sqrt{k}$, $x = p \pm \sqrt{k}$
서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수
여야 한다.
 $\therefore k > 0$

6. 이차방정식 $x^2 - (a+2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이
 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a+2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$
를 대입하면,
 $2^2 - (a+2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

7. 집합 $A = \{x | ax^2 + (3-2a)x - 2 = 0\}$ 에 대하여 $3 \in A$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{7}{3}$
④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{7}$

해설

이차방정식 $ax^2 + (3-2a)x - 2 = 0$ 에 $x = 3$ 을
대입하면,
 $a \times 3^2 + (3-2a) \times 3 - 2 = 0$,
 $9a + (9-6a) - 2 = 0$, $3a + 7 = 0$
 $\therefore a = -\frac{7}{3}$

8. 이차방정식 $\frac{x^2}{4} + (a-1)x + 4 = 0$ 중근을 가질 때,
양수 a 의 값을 구하여라? [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{x^2}{4} + (a-1)x + 4 = 0$
양변에 4를 곱하면
 $x^2 + 4(a-1)x + 16 = 0$
 $\left\{ \frac{4(a-1)}{2} \right\}^2 = 16$
 $4(a-1)^2 = 16$
 $a-1 = \pm 2$, $a = 3 (\because a > 0)$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로
고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$
 $x^2 + 4x = 1$
 $(x+2)^2 = 5$
 $\therefore a = 2, b = 5$
 $\therefore a + b = 7$

10. 다음 중 이차방정식과 그 근이 알맞게 짝지어진 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $2 - 3x^2 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{2}{3}$
 ② $2(x - 3)^2 = 6 \rightarrow x = 3 \pm \sqrt{3}$
 ③ $3(x - 1)(x - 3) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$
 ④ $x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow x = -5$ 또는 $x = 3$
 ⑤ $3(x - 1)^2 = 12 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 1$

해설

- ① $3x^2 = 2, x^2 = \frac{2}{3}, x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$
 ③ $3(x - 1)(x - 3) = 0, x = 1$ 또는 $x = 3$
 ④ $x^2 - 2x = 15, (x - 1)^2 = 16, x - 1 = \pm 4, x = 5$
 또는 $x = -3$
 ⑤ $3(x - 1)^2 = 12, (x - 1)^2 = 4, x - 1 = \pm 2, x = 3$
 또는 $x = -1$

11. x 가 집합 $\{x | x - 10 \leq -2(x - 1)\}$ 이고, x 는 자연수
 의 원소일 때, 이차방정식 $(x - 5)^2 = 1$ 의 해는?

[배점 5, 중상]

- ① $x = 1$ ② $x = 1$ 또는 $x = 3$
 ③ $x = 3$ ④ $x = 4$
 ⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

해설

부등식 $x - 10 \leq -2(x - 1)$ 을 정리하면 $x \leq 4$
 이다.
 따라서 $x = \{1, 2, 3, 4\}$ 를 원소로 갖는다.
 $x = 4$ 일 때, $(4 - 5)^2 = 1$ 을 만족한다.

12. 다음 조건을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

$$\{x | x^2 + ax + 6 = 0\} \cup \{x | x^2 + 9x + 14 = 0\} = \{-7, -2, -3\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x^2 + 9x + 14 = 0$ 에서 $(x + 2)(x + 7) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = -7$
 즉, -3 은 $\{x | x^2 + ax + 6 = 0\}$ 의 원소이다.
 따라서 $x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면
 $(-3)^2 + a(-3) + 6 = 0$
 $\therefore a = 5$

13. $A = \{1, 2, a^2 - 6a + 11\}$, $B = \{a - 2, a - 1, a, a + 1, a + 2\}$ 에 대하여
 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로
 $a^2 - 6a + 11 = 3, a^2 - 6a + 8 = 0$
 $(a - 2)(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 2, a = 4$
 $a = 2$ 이면 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
 이고
 $A \cap B = \{1, 2, 3\}$ 이므로 조건에 부적합하다.
 $\therefore a = 4$

14. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

- ㉠ $a=2, b=1$ ㉡ $a=3, b=1$
 ㉢ $a=1, b=-1$ ㉣ $a=2, b=-1$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉣
 ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$$a-2=0 \text{ 또는 } b+1=0$$

$$a=2 \text{ 또는 } b=-1$$

15.

[배점 5, 중상]

해설

16. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2=5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $n=5$ 이면 근이 2 개이다.
 ② $n=9$ 이면 근이 2 개이다.
 ③ $n=4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
 ④ $n=8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
 ⑤ $n=14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2=5-n, (x+2)^2=n-5, x=-2\pm\sqrt{n-5}$$

$$\textcircled{2} \ n=9 \text{ 이면 } x=-2\pm\sqrt{9-5}=-2\pm 2$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-4$$

17. 이차방정식 $2(x+k)^2=m$ 의 근이 $x=4\pm\sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라. (단, k, m 은 유리수) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

$$2(x+k)^2=m, (x+k)^2=\frac{m}{2}$$

$$x=-k\pm\sqrt{\frac{m}{2}}=4\pm\sqrt{5}$$

$$\therefore k=-4, m=10$$

$$\therefore (k+m)^2=(-4+10)^2=36$$

18. 이차방정식 $x^2+2x+A=0$ 의 근이 $x=2$ 또는 $x=-4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4)=0$$

$$x^2+2x-8=0, A=-8$$

19. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 10x - 24 &= 0 \\ (x + 12)(x - 2) &= 0 \\ \therefore x &= -12 \text{ 또는 } x = 2 \end{aligned}$$

20. 다음 중 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

[배점 5, 상하]

① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.

② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.

③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.

⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

21. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

22. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

[배점 5, 상하]

① $x^2 - 4x = 3x$ [0]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.