

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 3, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+1) &= 0 \\ x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ a = -2, b = -3 \\ \therefore a + b &= (-2) + (-3) = -5\end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 + 5x - 2 + k = 0$ 이 중근을 갖기 위한 실수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{4}$

해설

$$\begin{aligned}\text{중근이 되려면 } D &= b^2 - 4ac = 0 \text{ 이므로} \\ 25 - 4 \times 1 \times (-2 + k) &= 0 \\ 25 + 8 - 4k &= 0, 4k = 33 \\ \therefore k &= \frac{33}{4}\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $2x^2 + ax + 5 = 0$ 의 해가 $x = -5$ 일 때, 상수 a 의 값과 그때의 다른 한 근의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$$\begin{aligned}2x^2 + ax + 5 &= 0 \text{ 의} \\ \text{해가 } x = -5 \text{ 이므로 대입하면} \\ 50 - 5a + 5 &= 0 \\ 5a &= 55 \\ \therefore a &= 11 \\ 2x^2 + 11x + 5 &= 0 \\ (2x+1)(x+5) &= 0 \\ x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x &= -5 \\ \text{따라서 } a + (\text{다른 한 근}) &= 11 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

4. 이차방정식 $(x+5)(x-3) = 5$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 상수) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$\begin{aligned}(x+5)(x-3) &= 5, x^2 + 2x - 15 = 5 \\ x^2 + 2x &= 20, (x+1)^2 &= 21 \\ p = 1, q &= 21 \\ \therefore p + q &= 22\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 21 ② 35 ③ 60
④ 96 ⑤ 140

해설

$x - \frac{5}{x} = 7$ 에서 양변에 x 를 곱하면 $x^2 - 7x - 5 = 0$
 이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면
 $\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0$ 에서 $\alpha^2 - 7\alpha = 5$
 $\beta^2 - 7\beta - 5 = 0$ 에서 $\beta^2 - 7\beta = 5$
 $\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$

6. 실수 전체 집합의 부분집합 $A = \{x \mid 2x - 3 = 0\}$,
 $B = \{x \mid 13 - 3x = 0\}$ 에 대하여 이차방정식 $(2x - 3)(13 - 3x) = 0$ 의 해의 집합은? [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B$ ② $A \cup B$ ③ $A - B$
 ④ $A^C \cap B$ ⑤ $A^C \cup B^C$

해설

이차방정식 $(2x - 3)(13 - 3x) = 0$ 일 때,
 $2x - 3 = 0$ 또는 $13 - 3x = 0$ $\therefore A \cup B$

7. 이차방정식 $x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 정하고, 이때의 중근을 구하여라. (단, $m > 0$) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $m = 12$

해설

$x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 가지려면
 $(\frac{m}{2})^2 = 2m + 12$
 $m^2 - 8m - 48 = 0$
 $(m - 12)(m + 4) = 0$
 $m = 12 (\because m > 0)$
 $x^2 + 12x + 2 \times 12 + 12 = 0$
 $(x + 6)^2 = 0$
 $x = -6$ (중근)

8. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = -3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 6 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x = b$ 를 가지면
 $x^2 - 6x + a = -3 \leftrightarrow (x - b)^2 = 0$
 $x^2 - 6x + a + 3 = 0 \leftrightarrow x^2 - 2bx + b^2 = 0$
 $-6 = -2b, a + 3 = b^2$
 $b = 3, a = 6$
 $\therefore ab = 18$

9. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

[배점 4, 중중]

- ① $m > 3$ ② $m < -6$ ③ $m = 0$
 ④ $m < 3$ ⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m+6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$

$$m+6 < 0$$

$$\therefore m < -6$$

10. 다음 조건을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

$$\{x \mid x^2 + ax + 6 = 0\} \cup \{x \mid x^2 + 9x + 14 = 0\} = \{-7, -2, -3\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 9x + 14 = 0 \text{ 에서 } (x+2)(x+7) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = -7$$

즉, -3 은 $\{x \mid x^2 + ax + 6 = 0\}$ 의 원소이다.

따라서 $x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면

$$(-3)^2 + a(-3) + 6 = 0$$

$$\therefore a = 5$$

11. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - 3a + 1 = 0$$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = (a + \frac{1}{a})^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

13.

[배점 5, 중상]

해설

14. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 21 ② -21 ③ 27
- ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$$

$$\frac{1}{3}(x - 3)^2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 9, n = -3$$

$$\therefore mn = -27$$

15. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $n = 5$ 이면 근이 2 개이다.
 ② $n = 9$ 이면 근이 2 개이다.
 ③ $n = 4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
 ④ $n = 8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
 ⑤ $n = 14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$$

$$\textcircled{2} n = 9 \text{ 이면 } x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -4$$

16. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

- ① $x^2 - 4x = 3x$ [0]
 ② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]
 ③ $(x+2)^2 = 9x$ [2]
 ④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]
 ⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

17. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. [] 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 [] 이라고 한다.
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

18. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

19. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

20. 다음 중 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

[배점 5, 상하]

① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.

② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.

③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.

⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.