

단원 종합 평가

1. 다음 중 이차방정식인 것은? [배점 2, 하중]

- ① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$
- ② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$
- ③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$
- ④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$
- ⑤ $2x - 5 = 0$

해설

- ③ $x^2 - 3x - 2 = 0$
- ④ 삼차방정식

2. 이차방정식 $3(x - a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:

▷ 정답: $a = -4$

▷ 정답: $b = 5$

해설

$3(x - a)^2 = 15$ 에서 $(x - a)^2 = 5$ 이므로
 $x - a = \pm\sqrt{5}$
 $\therefore x = \pm\sqrt{5} + a$
 따라서 $a = -4, b = 5$

3. $(x - 2)^2 = 3$ 의 해가 $x = m \pm \sqrt{n}$ 일 때, $m - n$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$(x - 2)^2 = 3, x - 2 = \pm\sqrt{3}$
 $x = 2 \pm \sqrt{3}$ 이므로 $m = 2, n = 3$
 $\therefore m - n = 2 - 3 = -1$

4. $(x + 2)(x - 6) = 3$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 19$

해설

$(x + 2)(x - 6) = 3, x^2 - 4x - 12 = 3$
 $x^2 - 4x = 15, (x - 2)^2 = 15 + 4$
 $(x - 2)^2 = 19$
 $\therefore a = -2, b = 19$

5. 다음 중 이차방정식인 것은? [배점 2, 하중]

- ① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$
- ② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$
- ③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$
- ④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$
- ⑤ $2x - 5 = 0$

해설

③ $x^2 - 3x - 2 = 0$

④ 3 차방정식

6. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해집합은? [배점 3, 하상]

① $\emptyset$

② $\{-3, -1\}$

③ $\{-1\}$

④ $\{1, 3\}$

⑤ $\{1\}$

해설

x 에 집합의 원소들을 대입하면 $x = 1$ 일 때에만 성립한다.

따라서 해집합은 $\{1\}$ 이다.

7. 다음 이차방정식 중에서 $x = 1$ 을 해로 갖지 않는 것은? [배점 3, 하상]

① $x^2 = 1$

② $(x - 1)(x + 2) = 0$

③ $x^2 - x - 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 1 = 0$

⑤ $3x^2 - x - 2 = 0$

해설

$x = 1$ 을 각 이차방정식에 대입해 보면

③ $1 - 1 - 2 \neq 0$ 으로 성립하지 않는다.

8. 이차방정식 $ax^2 + x + 2a = 0$ 의 한 근이 2이다. 다른 근을 b 라 할 때, ab 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

$ax^2 + x + 2a = 0$ 에 $x = 2$ 대입

$4a + 2 + 2a = 0, a = -\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{2}{3} = 0$

각 항에 -3 을 곱하면

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x - 2)(x - 1) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 1$ (다른 한 근)

$b = 1, ab = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$

9. 이차방정식 $3(x - 4)^2 - 9 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

$3(x - 4)^2 - 9 = 0$

$(x - 4)^2 = 3$

$x = 4 \pm \sqrt{3}$

$(4 + \sqrt{3})(4 - \sqrt{3}) = 16 - 3 = 13$

10. 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면? [배점 3, 하상]

① $a \leq 0$

② $b > 0$

③ $b < 0$

④ $b \geq 0$

⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
 $b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \geq 0$ 이다.

해설

- ① $2^2 + 2 \cdot 2 + 1 \neq 0$
- ② $1^2 - 3 \cdot 1 - 10 \neq 0$
- ③ $3^2 + 3 - 12 = 0$
- ④ $1^2 + 7 \cdot 1 + 6 \neq 0$
- ⑤ $(-1 + 1)^2 - 4 \neq 0$

11. 다음 중 이차방정식과 해가 알맞게 짝지어진 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $(x - 3)^2 = 2 \rightarrow x = -3 \pm \sqrt{2}$
- ② $2(x + 1)^2 = 6 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$
- ③ $x^2 + 2x = 1 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$
- ④ $x^2 + 4 = -6x \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{3}$
- ⑤ $x^2 + 8x + 5 = 0 \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

- ① $x = 3 \pm \sqrt{2}$
- ③ $(x + 1)^2 = 2, x = -1 \pm \sqrt{2}$
- ④ $(x + 3)^2 = 5, x = -3 \pm \sqrt{5}$
- ⑤ $(x + 4)^2 = 11, x = -4 \pm \sqrt{11}$

12. 다음 중 []안에 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $x^2 + 2x + 1 = 0$ [2]
- ② $x^2 - 3x - 10 = 0$ [1]
- ③ $x^2 + x - 12 = 0$ [3]
- ④ $x^2 + 7x + 6 = 0$ [1]
- ⑤ $(x + 1)^2 - 4 = 0$ [-1]

13. 이차방정식 $ax^2 - (a - 3)x + 2 - a^2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면
 $a + (a - 3) + 2 - a^2 = 0$
 $a^2 - 2a + 1 = 0$
 $(a - 1)^2 = 0$
 $\therefore a = 1$

14. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면
 $12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$
 $132 + 11a = 0$
 $\therefore a = -12$

15. 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $a \neq 1$)
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 이므로

$$(a-1) \times 4 - (a^2+1) \times 2 + 2(a+1) = 0,$$

$$4a - 4 - 2a^2 - 2 + 2a + 2 = 0,$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0, (a-2)(a-1) = 0,$$

$a \neq 1$ 이므로 $a = 2$,

$$x^2 - 5x + 6 = 0, (x-2)(x-3) = 0,$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = 3,$$

따라서 다른 한 근은 3 이다.

16. 이차방정식 $(x-1)^2 + a - 2 = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$$(x-1)^2 = -a+2 \text{ 가 해를 가지려면, } -a+2 \geq 0$$

$$\therefore a \leq 2$$

17. 이차방정식 $(x-5)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?

[배점 3, 중하]

① $x = 5$ 또는 $x = -1$

② $x = 5 \pm \sqrt{6}$

③ $x = -5 \pm \sqrt{6}$

④ $x = 5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 1$

해설

$$(x-5)^2 = 6$$

$$x-5 = \pm\sqrt{6}$$

$$\therefore x = 5 \pm \sqrt{6}$$

18. 방정식 $3x(Ax-5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A-6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A-6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

19. 이차방정식 $3x^2 - (2k+3)x - 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을 a 라고 한다. $a - \frac{1}{a} = k$ 일 때, $(k-1)^2$ 의 값을 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① 25 ② 16 ③ 9 ④ 4 ⑤ 1

해설

a 가 주어진 방정식의 근이므로 $x = a$ 에 대입하면
 $3a^2 - (2k + 3)a - 3 = 0$
 양변을 a 로 나누면, $3a - (2k + 3) - \frac{3}{a} = 0$
 $3(a - \frac{1}{a}) = 2k + 3$, $3k = 2k + 3 \therefore k = 3$
 $\therefore (k - 1)^2 = 4$

20. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때,
 $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면
 $ak^2 + bk + 3 = 0$, $ak^2 + bk = -3$
 $\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2$

21. x 의 값의 범위가 $\{x | -2 \leq x \leq 2, x \text{는 정수}\}$ 일 때,
 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 해를 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① $x = -1$
 ② $x = 1$
 ③ $x = 2$
 ④ $x = 1$ 또는 $x = 2$
 ⑤ $x = -2$ 또는 $x = 1$

해설

x 의 값의 범위가 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 이므로 원
 소를 방정식에 대입하면 성립하는 것은 $x = -1$
 이다.

22. 이차방정식 $2x^2 - 4x - a - 1 = 0$ 을 완전제곱식을
 이용하여 풀었더니 해가 $x = 1 \pm \sqrt{3}$ 이었다. 이때, a
 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 - 4x - a - 1 = 0$
 $2(x^2 - 2x + 1) = a + 3$
 $2(x - 1)^2 = a + 3$
 $(x - 1)^2 = \pm \sqrt{\frac{a + 3}{2}}$
 $x = 1 + \sqrt{\frac{a + 3}{2}}$
 $\sqrt{\frac{a + 3}{2}} = \sqrt{3}$ 이므로
 $a + 3 = 6$
 $\therefore a = 3$

23. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4$
 이라 한다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 100 ② 120 ③ 240
 ④ -120 ⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2 + 2x + b}{5x^2 - cx + 3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a - 20)x^2 + (2 + 4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

해설

$$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$$

$$\frac{1}{3}(x - 3)^2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 9, n = -3$$

$$\therefore mn = -27$$

24. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $n = 5$ 이면 근이 2 개이다.
 ② $n = 9$ 이면 근이 2 개이다.
 ③ $n = 4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
 ④ $n = 8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
 ⑤ $n = 14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$$

$$\text{② } n = 9 \text{ 이면 } x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -4$$

25. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 21 ② -21 ③ 27
 ④ -27 ⑤ -9