

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $3(x-3)^2 = (x+2)(x+5)$ 를 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$, a, b, c 는 정수) [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} 3(x-3)^2 &= (x+2)(x+5) \\ 3x^2 - 18x + 27 &= x^2 + 7x + 10 \\ 2x^2 - 25x + 17 &= 0 \\ a = 2, b = -25, c = 17 \\ \therefore a + b + c &= 2 - 25 + 17 = -6 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = -4$ 를 가질 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 8$

▷ 정답 : $b = 16$

해설

$$\begin{aligned} x = -4 \text{를 중근으로 가지므로} \\ (x+4)^2 = 0, x^2 + 8x + 16 = 0 \\ \therefore a = 8, b = 16 \end{aligned}$$

3. $(x-2)^2 = 3$ 의 해가 $x = m \pm \sqrt{n}$ 일 때, $m-n$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} (x-2)^2 = 3, x-2 &= \pm\sqrt{3} \\ x = 2 \pm \sqrt{3} \text{이므로 } m = 2, n = 3 \\ \therefore m - n &= 2 - 3 = -1 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$$\begin{aligned} 3(x-a)^2 = 15 \text{에서 } (x-a)^2 &= 5 \text{이므로} \\ x-a &= \pm\sqrt{5} \\ \therefore x &= \pm\sqrt{5} + a \\ \text{따라서 } a &= -4, b = 5 \end{aligned}$$

5. $x = \alpha$ 가 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 한 근일 때, $\alpha - \frac{2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \text{이차방정식 } x^2 + 3x - 2 = 0 \text{에 } x = \alpha \text{를 대입하면} \\ \alpha^2 + 3\alpha - 2 = 0 \\ \text{양변을 } \alpha \text{로 나누어 주면 } \alpha + 3 - \frac{2}{\alpha} = 0 \\ \therefore \alpha - \frac{2}{\alpha} = -3 \end{aligned}$$

6. x 가 집합 $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 원소일 때, 일차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① $\{-3, 4\}$ ② $\{-4, 4\}$ ③ $\{-3, 3\}$
④ $\{-4, 5\}$ ⑤ $\{-2, 3\}$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - x - 12 &= 0 \\ (x-4)(x+3) &= 0 \\ x &= 4 \text{ 또는 } x = -3 \end{aligned}$$

7. 집합 $\{x \mid 2x^2 - x - 15 = 0\}$ 과 같은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{x \mid x - 3 = 0\} \cup \{x \mid 2x + 5 = 0\}$
② $\{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid 2x - 5 = 0\}$
③ $\{x \mid x + 3 = 0\} \cup \{x \mid 2x + 5 = 0\}$
④ $\{x \mid 2x + 3 = 0\} \cup \{x \mid x - 5 = 0\}$
⑤ $\{x \mid 2x - 3 = 0\} \cup \{x \mid x + 5 = 0\}$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - x - 15 &= 0 \\ (2x+5)(x-3) &= 0 \\ 2x+5 &= 0 \text{ 또는 } x-3 = 0 \\ \therefore x &= -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 3 \end{aligned}$$

8. 두 집합 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x \mid 3x^2 - 7x - 6 = 0\}$ 에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 4개 ② 3개 ③ 2개
④ 1개 ⑤ 0개

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ (x-3)(x+1) &= 0 \\ x &= 3, -1 \\ \therefore A &= \{-1, 3\} \\ 3x^2 - 7x - 6 &= 0 \\ (3x+2)(x-3) &= 0 \\ x &= 3, -\frac{2}{3} \\ \therefore B &= \left\{-\frac{2}{3}, 3\right\} \\ \therefore A \cup B &= \left\{-1, -\frac{2}{3}, 3\right\} \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $(x-3)^2 = a$ 의 두 근의 합을 구하여라.
($a > 0$)
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} (x-3)^2 &= a \\ x &= 3 \pm \sqrt{a} \\ (3 + \sqrt{a}) + (3 - \sqrt{a}) &= 6 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 3, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+1) &= 0 \\ x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ a &= -2, b = -3 \\ \therefore a + b &= -5\end{aligned}$$

11. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $x(x-1) = x^2$
 ㉡ $3x^2 - 2x + 5$
 ㉢ $x^2(2+x) = 3 + x^2$
 ㉣ $4x^2 - 6 = 0$
 ㉤ $(x-1)(x+2) = 0$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ 정리하면 $-x = 0 : x$ 에 대한 일차방정식이다.
 ㉡ x 에 대한 이차식이다.
 ㉢ 정리하면 $x^3 + x^2 - 2 = 0 : x$ 에 대한 삼차방정식이다.
 ㉣ x 에 대한 이차방정식이다.
 ㉤ 정리하면 $x^2 + x - 2 = 0 : x$ 에 대한 이차방정식이다.

12. 이차방정식 $x^2 + ax - 16 = 0$ 의 한 근이 8 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 합을 구하면? [배점 3, 중하]

- ㉠ -8 ㉡ 8 ㉢ -2 ㉣ 2 ㉤ 6

해설

$$\begin{aligned}x^2 + ax - 16 &= 0 \text{ 에} \\ x = 8 \text{ 을 대입하면 } a &= -6 \\ x^2 - 6x - 16 &= 0 \\ (x-8)(x+2) &= 0 \\ \therefore x = 8 \text{ 또는 } x &= -2 \\ \therefore a + x &= -6 - 2 = -8\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로
주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면
 $6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$
 $33 - 11a = 0$
 $\therefore a = 3$
주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x - 6)(x + 3) = 0$
 $x = 6$ 또는 $x = -3$ (다른 한 근)
 $\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$

14. 다음 중 집합 $\{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$ 과 같은 집합을 모두 골라라.

- ㉠ $\{x \mid (x - 2)(x + 4) = 0\}$
㉡ $\{x \mid x - 2 = 0 \text{ 또는 } x + 4 = 0\}$
㉢ $\{x \mid x - 2 = 0\} \cap \{x \mid x + 4 = 0\}$
㉣ $\{x \mid x - 2 = 0\} \cup \{x \mid x + 4 = 0\}$
㉤ $\{-4, 2\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

$$\begin{aligned} & \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\} \\ &= \{x \mid (x - 2)(x + 4) = 0\} \\ &= \{x \mid x - 2 = 0 \text{ 또는 } x + 4 = 0\} \\ &= \{x \mid x - 2 = 0\} \cup \{x \mid x + 4 = 0\} \\ &= \{-4, 2\} \end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 + (k - 1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $k = \frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (k - 1)x + \frac{9}{16} = 0 \\ \text{i) } & \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0 \\ & -\frac{3}{2} = k - 1, k = -\frac{1}{2} \\ \text{ii) } & \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0 \\ & \frac{3}{2} = k - 1, k = \frac{5}{2} \\ & \text{(i), (ii)에 의하여 } k \text{ 는 양수이므로 } k = \frac{5}{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 이차방정식 $(x + a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은? [배점 3, 중하]

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x + a = \pm\sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

17. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax^2 + bx + 3 = 0$ 에 $x = k$ 를 대입하면

$$ak^2 + bk + 3 = 0, ak^2 + bk = -3$$

$$\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2$$

18. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

$$\text{양변을 } m \text{ 으로 나누면 } m - 3 + \frac{1}{m} = 0$$

$$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$$

19. 두 집합 $A = \{x \mid 2x^2 + mx - 3 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + x + n = 0\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{-3\}$ 일 때, $m + n$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -11 ② -1 ③ 1
④ 8 ⑤ 11

해설

$A \cap B$ 이므로 -3 은 두 방정식의 공통의 해이다.

$x = -3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$18 - 3m - 3 = 0 \text{ 이므로 } m = 5$$

$$9 - 3 + n = 0 \text{ 이므로 } n = -6$$

$$\therefore m + n = -1$$

20. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은? [배점 4, 중중]

- ① 4.5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

$$\text{따라서 주어진 방정식은 } \frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$$

$$\text{양변에 10 을 곱하고 정리하면 } x^2 - 4x - 45 = 0$$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

21. 집합 $A = \{x | x^2 + x + a = 0\}$, $B = \{x | 3x^2 - bx + 6 = 0\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① $\{-4, -3, \frac{2}{3}, 3\}$ ② $\{-4, 3, \frac{2}{3}\}$
 ③ $\{-4, 3\}$ ④ $\{-4, -3, 3\}$
 ⑤ $\{3, \frac{2}{3}\}$

해설

$A \cap B = \{3\}$ 이므로

$x = 3$ 은 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 근이다.

$x = 3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$9 + 3 + a = 0 \quad \therefore a = -12$$

$$27 - 3b + 6 = 0 \quad \therefore b = 11$$

따라서 집합 A 는 $x^2 + x - 12 = 0$ 의 해집합이고

집합 B 는 $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 의 해집합이다.

방정식의 해를 구하면 $A = \{3, -4\}$, $B = \{\frac{2}{3}, 3\}$

$$\therefore A \cup B = \{-4, 3, \frac{2}{3}\}$$

22. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1$, $a-b = 1$ 인 경우

$$a = 0, b = -1, a \neq 0 \text{ 이므로 부적합}$$

ii) $a-1 = 1$, $a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

23. 집합 $A = \{x | 4x^2 - 32x + k + 4 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 60

해설

$n(A) = 1$ 이므로 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x-4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$

$$\therefore k = 60$$

24. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m-6)x^2 - 6x - 10 = 0$, $x^2 - (m-5)x - 6 = 0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $x = -1$

해설

$x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2 = 16$$

$$\therefore m = 10$$

$4x^2 - 6x - 10 = 0$ 에서 $2(2x - 5)(x + 1) = 0$

이므로

$$x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

$x^2 - 5x - 6 = 0$ 에서 $(x + 1)(x - 6) = 0$ 이므로

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

25. 집합 $A = \{x \mid x^2 - 6x + m - 1 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 이 중근을 가져야 하므로
 $m - 1 = 9$ 이다.

$$\therefore m = 10$$