

단원 종합 평가

1. $x = \alpha$ 가 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 한 근일 때, $\alpha - \frac{2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① -2 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면

$$\alpha^2 + 3\alpha - 2 = 0$$

$$\text{양변을 } \alpha \text{ 로 나누어 주면 } \alpha + 3 - \frac{2}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha - \frac{2}{\alpha} = -3$$

2. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5일 때, a 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① -15 ② -8 ③ 1
④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면

$$25 - 10 - a = 0$$

$$\therefore a = 15$$

3. x 가 집합 $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 원소일 때, 일차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① $\{-3, 4\}$ ② $\{-4, 4\}$ ③ $\{-3, 3\}$
④ $\{-4, 5\}$ ⑤ $\{-2, 3\}$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

4. 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$
④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근

$b = 0$ 이면 중근

따라서 $b \geq 0$ 이다.

5. 이차방정식 $3(x - 1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b, c 의 합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$3(x - 1)^2 - 2x = x^2 + 2 \text{ 에서}$$

$$3(x^2 - 2x + 1) - 2x = x^2 + 2$$

$$\therefore 2x^2 - 8x + 1 = 0$$

따라서 $a = 2, b = -8, c = 1$ 이므로

$$a + b + c = 2 + (-8) + 1 = -5$$

6. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?
[배점 3, 중하]

- ① $(x + \frac{3}{4})(x + 5) = 0$
- ② $(3x - 4)(x - 5) = 0$
- ③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$
- ④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$
- ⑤ $(x + \frac{3}{4})(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

7. 이차방정식 $(5x - 4)^2 = 9$ 를 풀어라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{1}{5}$

▷ 정답: $x = \frac{7}{5}$

해설

$$\begin{aligned} (5x - 4)^2 &= 9 \\ 5x - 4 &= \pm 3 \\ 5x &= 4 \pm 3, x = \frac{4 \pm 3}{5} \\ x &= \frac{7}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 3, 중하]

- ① 5
- ② 7
- ③ 9
- ④ 11
- ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 4x - 1 &= 0 \\ x^2 + 4x &= 1 \\ (x + 2)^2 &= 54 \\ \therefore a &= 2, b = 5 \\ \therefore a + b &= 7 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $2(x + 1)^2 = 10$ 의 두 근의 합을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned} 2(x + 1)^2 &= 10 \\ (x + 1)^2 &= 5 \\ \therefore x + 1 &= \pm\sqrt{5} \\ x &= -1 \pm\sqrt{5} \\ \therefore (-1 + \sqrt{5}) + (-1 - \sqrt{5}) &= -2 \end{aligned}$$

10. $\{x | ax^2 + (4a + 2)x - a - 2 = 0\} = \{-5, b\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{9}$

해설

$$\begin{aligned}
&x = -5 \text{ 일 때} \\
&a \times (-5)^2 + (4a + 2) \times (-5) - a - 2 = 0 \\
&25a - 20a - 10 - a - 2 = 0 \\
&4a = 12, a = 3 \\
&3x^2 + (4 \times 3 + 2)x - 3 - 2 = 0 \\
&3x^2 + 14x - 5 = 0 \\
&(x + 5)(3x - 1) = 0 \\
&x = -5, x = \frac{1}{3} = b \\
&\frac{b}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}
\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}
&ax^2 + bx + 3 = 0 \text{ 에 } x = k \text{ 를 대입하면} \\
&ak^2 + bk + 3 = 0, ak^2 + bk = -3 \\
&\therefore ak^2 + bk + 1 = (-3) + 1 = -2
\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

- ① 21 ② 35 ③ 60
④ 96 ⑤ 140

해설

$$\begin{aligned}
&x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0 \\
&\text{이 식에 } x = \alpha, \beta \text{ 를 각각 대입하면} \\
&\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5 \\
&\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5 \\
&\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96
\end{aligned}$$

13. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4 = 0$
 ㉡ $x^2 = 8x - 16$
 ㉢ $(3x + 1)^2 = 1$
 ㉣ $x^2 = 0$
 ㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡, ㉣ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

$$\begin{aligned}
&\text{중근을 갖는 이차방정식은 } (ax + b)^2 = 0 \text{ 의 꼴이} \\
&\text{다.} \\
&\text{㉠ } x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x - 4)^2 = 0 \\
&\quad \therefore x = 4 \text{ (중근)} \\
&\text{㉣ } x^2 = 0 \therefore x = 0 \text{ (중근)} \\
&\text{㉤ } (4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0 \\
&\quad (2x + 1)^2 = 0 \therefore x = -\frac{1}{2} \text{ (중근)}
\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 k 의 값과 중근 a 의 값을 모두 고르면?

보기

- Ⓐ $k = -1$ Ⓑ $k = 0$ Ⓒ $k = 1$
 Ⓓ $a = -1$ Ⓔ $a = 0$ Ⓕ $a = 1$

[배점 4, 중중]

- ① Ⓐ, Ⓓ ② Ⓑ, Ⓔ ③ Ⓒ, Ⓕ
 ④ Ⓐ, Ⓓ ⑤ Ⓑ, Ⓔ

해설

중근을 가지려면, $x^2 - 2kx - 3k^2 + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(-2k \times \frac{1}{2}\right)^2 = -3k^2 + 4$$

$$k^2 = -3k^2 + 4, 4k^2 = 4, k^2 = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$k = \pm 1 \text{ 을 주어진 방정식에 대입하면 } x^2 \pm 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x \pm 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$\therefore k = 1$ 일 때, 중근 $a = 1$ 또는 $k = -1$ 일 때, 중근 $a = -1$

15. 부등식 $2x + 5 \leq x + 6$ 의 자연수의 해가 중근을 갖는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해 일 때, a 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$2x + 5 \leq x + 6, x \leq 1$$

이를 만족하는 자연수는 1 뿐이다.

따라서 $x = 1$ 이 주어진 이차방정식의 중근이므로

$$x^2 + ax + b = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore a = -2, b = 1$$

16. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$$3x^2 - 8x + 1 = 0$$

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$ ② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$
 ③ $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$ ④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$
 ⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \text{양변에 3을 나누면 } x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0, x^2 - \frac{8}{3}x &= \\ -\frac{1}{3}, x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} &= -\frac{1}{3} + \frac{16}{9} \\ \left(x - \frac{4}{3}\right)^2 &= \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

17. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \alpha^3 + 2\alpha^2 &= \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha \\ \therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} &= \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10 \end{aligned}$$

18. 집합 $A = \{x \mid 4x^2 - 32x + k + 4 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

$n(A) = 1$ 이므로 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$

$$\therefore k = 60$$

19. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m - 6)x^2 - 6x - 10 = 0$, $x^2 - (m - 5)x - 6 = 0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2 = 16$$

$$\therefore m = 10$$

$$4x^2 - 6x - 10 = 0 \text{ 에서 } 2(2x - 5)(x + 1) = 0$$

이므로

$$x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0 \text{ 에서 } (x + 1)(x - 6) = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

20. 집합 $A = \{x|x^2 - (a + 1)x + a = 0\}$, $B = \{x|x^2 - (b - 2)x - 2b = 0\}$,

$$C = \{x|x^2 - (3a + 5b)x + 15ab = 0\} \text{ 가 있다.}$$

집합 $P = \{x|x \in A, x \in B, x \in C, x < 0\}$, $n(P) = 1$ 일 때, $a - 5b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$A : (x - 1)(x - a) = 0 \Rightarrow x = 1, a$$

$$B : (x + 2)(x - b) = 0 \Rightarrow x = b, -2$$

$$C : (x - 3a)(x - 5b) = 0 \Rightarrow x = 3a, 5b$$

$P = A \cap B \cap C$ 이고, $n(P) = 1$ 이므로 공통근이 하나이며 음수이다.

따라서 공통근은 a 또는 -2 이다.

(1) 공통근이 -2 일 때

A 에서 $a = -2$, C 는 $x = -6$, $5b$ 이므로

$$5b = -2 \Rightarrow b = -\frac{2}{5}$$

(2) 공통근이 a 일 때 ($a \neq -2$)

B 에서 $a = b$ 가 되고 C 에서 $x = 3a$, $5a$ 가 되어 공통근이 생기지 않는다.

따라서 $a = -2$, $-5b = 2$ 이므로 $a - 5b$ 의 값은 0 이다.

21. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -18

해설

$$x^2 - 2ax + b = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm\sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

22. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

23. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

24. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -12

▷ 정답: 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

25. 다음 중 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.

② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.

③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.

⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.