

단원 종합 평가

1. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?
[배점 3, 중하]

① $(x + \frac{3}{4})(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $(x + \frac{3}{4})(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

2. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?
[배점 3, 중하]

① $(x + \frac{3}{4})(x + 5) = 0$

② $(3x - 4)(x - 5) = 0$

③ $(4x - 3)(x + 5) = 0$

④ $(3x - 4)(x - 5) = 0$

⑤ $(x + \frac{3}{4})(x - 5) = 0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

3. 이차방정식 $3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b, c 의 합을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2 \text{ 에서}$$

$$3(x^2 - 2x + 1) - 2x = x^2 + 2$$

$$\therefore 2x^2 - 8x + 1 = 0$$

따라서 $a = 2, b = -8, c = 1$ 이므로

$$a + b + c = 2 + (-8) + 1 = -5$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근이 이차방정식 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \text{ 에서 } (x+2)(x-5) = 0$$

$$(x+2) = 0 \text{ 또는 } (x-5) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 한 근이 5 이므로

$$5^2 - 5a + 40 = 0$$

$$\therefore a = 13$$

5. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $k = \frac{5}{2}$

해설

$$x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$$

$$\text{i) } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$
$$-\frac{3}{2} = k-1, k = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$$
$$\frac{3}{2} = k-1, k = \frac{5}{2}$$

(i), (ii)에 의하여 k 는 양수이므로 $k = \frac{5}{2}$ 이다.

6. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3, x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{4}{55}$

해설

$x = -3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 = 0, a = 11$$

$$5x^2 + 11x - 11 - 1 = 0$$

$$5x^2 + 11x - 12 = 0$$

$$(5x-4)(x+3) = 0$$

$$x = \frac{4}{5}, x = -3$$

$$\therefore b = \frac{4}{5}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}$$

7. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면? [배점 4, 중중]

① $(2x+1)(x+2) = 0$

② $(2x-1)(x+2) = 0$

③ $-(2x-1)(x-2) = 0$

④ $-\frac{1}{2}x(x-2) = 0$

⑤ $2(2x+1)(x-2) = 0$

해설

$$2x+1=0 \text{ 또는 } x-2=0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

8. 다음 보기 중 $ab = 0$ 인 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a = 0$ 또는 $b = 0$

㉡ $a \neq 0$ 그리고 $b = 0$

㉢ $a = 0$ 그리고 $b \neq 0$

㉣ $a \neq 0$ 그리고 $b \neq 0$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$ab = 0 \text{ 인 경우는 } a = 0 \text{ 또는 } b = 0$$

즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0인 경우이다.

9. 이차방정식 $3(x-b)^2 = 15$ 의 근이 $x = 7 \pm \sqrt{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$3(x-b)^2 = 15, (x-b)^2 = 5$$

$$\therefore x = b \pm \sqrt{5}$$

이것이 $7 \pm \sqrt{a}$ 이므로 $a = 5, b = 7$ 이다.

$$\therefore a + b = 12$$

10. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $2x^2 - 10x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$$2x^2 - 10x - 1 = 0 \text{ 에서 양변을 } 2 \text{ 로 나누면}$$

$$x^2 - 5x - \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 - 5x = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 5x + (\text{가}) = \frac{1}{2} + (\text{가})$$

$$(x + (\text{나}))^2 = (\text{다})$$

$$x + (\text{나}) = \pm(\text{라})$$

$$\therefore x = (\text{마})$$

[배점 4, 중중]

- ① (가): $\frac{25}{4}$ ② (나): $-\frac{5}{2}$
 ③ (다): $\frac{27}{4}$ ④ (라): $\frac{3\sqrt{3}}{4}$
 ⑤ (마): $\frac{5 \pm 3\sqrt{3}}{2}$

해설

(라): $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

11. $A = \{1, 2, a^2 - 6a + 11\}$, $B = \{a - 2, a - 1, a, a + 1, a + 2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로

$$a^2 - 6a + 11 = 3, a^2 - 6a + 8 = 0$$

$$(a-2)(a-4) = 0$$

$\therefore a = 2, a = 4$

$a = 2$ 이면 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 이고

$A \cap B = \{1, 2, 3\}$ 이므로 조건에 부적합하다.

$\therefore a = 4$

12. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 61 ② 51 ③ 11
 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2} \therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

13. x 가 집합 $\{x|x-10 \leq -2(x-1)\}$ 이고, x 는 자연수 }
 의 원소일 때, 이차방정식 $(x-5)^2 = 1$ 의 해는?
 [배점 5, 중상]

- ① $x = 1$ ② $x = 1$ 또는 $x = 3$
 ③ $x = 3$ ④ $x = 4$
 ⑤ $x = 2$ 또는 $x = 4$

해설

부등식 $x - 10 \leq -2(x - 1)$ 을 정리하면 $x \leq 4$ 이다.
 따라서 $x = \{1, 2, 3, 4\}$ 를 원소로 갖는다.
 $x = 4$ 일 때, $(4 - 5)^2 = 1$ 을 만족한다.

14. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여
 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의
 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차방정식이 중근을 가지는
 확률은?
 [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이
 되어야 하므로 $\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b$ 이다.
 $a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) =$
 $(2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는
 36 가지이다.
 따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때,
 두 이차방정식 $(m - 6)x^2 - 6x - 10 = 0, x^2 - (m -$
 $5)x - 6 = 0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로
 $m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2 = 16$
 $\therefore m = 10$
 $4x^2 - 6x - 10 = 0$ 에서 $2(2x - 5)(x + 1) = 0$
 이므로
 $x = \frac{5}{2}$ 또는 $x = -1$
 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 에서 $(x + 1)(x - 6) = 0$ 이므로
 $x = -1$ 또는 $x = 6$
 따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

16. 집합 $A = \{x | x^2 - 6x + m - 1 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$
 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 이 중근을 가져야 하므로
 $m - 1 = 9$ 이다.
 $\therefore m = 10$

17. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다.
 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라. (단, k, m 은 유리수)
 [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$$2(x+k)^2 = m, (x+k)^2 = \frac{m}{2}$$

$$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore k = -4, m = 10$$

$$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$$

18. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을
 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $x^2 - 4x = 3x$ [0]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x+2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

19. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는
 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

20. 다음 중 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 에 대한 설명으로
 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.

② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.

③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두
 근을 갖는다.

④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.

⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

21. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. [] 안에 알
 맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이
 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 [] 이라고 한다.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

22. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$