

단원 종합 평가

1. 다음 중 []안에 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $x^2 + 2x + 1 = 0$ [2]
② $x^2 - 3x - 10 = 0$ [1]
③ $x^2 + x - 12 = 0$ [3]
④ $x^2 + 7x + 6 = 0$ [1]
⑤ $(x + 1)^2 - 4 = 0$ [-1]

해설

- ① $2^2 + 2 \cdot 2 + 1 \neq 0$
② $1^2 - 3 \cdot 1 - 10 \neq 0$
③ $3^2 + 3 - 12 = 0$
④ $1^2 + 7 \cdot 1 + 6 \neq 0$
⑤ $(-1 + 1)^2 - 4 \neq 0$

2. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $(x - 2)(x + 3) = 0$ ② $x^2 + 2x = 0$
③ $3x^2 + x - 1 = 0$ ④ $x^2 - 9x + 14 = 0$
⑤ $2x^2 - 8 = 0$

해설

- ④ $x = 7, x = 2$ 일 때 성립한다.

3. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $(x - 2)(x + 3) = 0$ ② $x^2 + 2x = 0$
③ $3x^2 + x - 1 = 0$ ④ $x^2 - 9x + 14 = 0$
⑤ $2x^2 - 8 = 0$

해설

- ④ $x = 7$ 또는 $x = 2$ 일 때 성립하므로 모두 양수이다.

4. 이차방정식 $(3x - 2)(2x + 3) = 0$ 을 풀면?
[배점 3, 중하]

- ① $x = 2$ 또는 $x = -3$
② $x = -2$ 또는 $x = 3$
③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$
④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$
⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

- 각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

5. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$
 양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$
 $\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

6. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?
 [배점 4, 중중]

- ① $x^2 = 0$
- ② $x(x - 6) + 9 = 0$
- ③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$
- ④ $x^2 - 1 = 0$
- ⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0의 꼴이어야 중근을 갖는다.
 ④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$
 따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

7. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4 = 0$
- ㉡ $x^2 = 8x - 16$
- ㉢ $(3x + 1)^2 = 1$
- ㉣ $x^2 = 0$
- ㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡, ㉣ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉤
- ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉠, ㉣, ㉤

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.

- ㉠ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$ (중근)
- ㉡ $x^2 = 0 \therefore x = 0$ (중근)
- ㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$
 $(2x + 1)^2 = 0 \therefore x = -\frac{1}{2}$ (중근)

8. 다음은 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $4(a+b)$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned}(x-1)(2x-3) &= (x+1)^2 \\ x^2 - 7x &= -2 \\ (x^2 - 7x + (\square)) &= -2 + (\square) \\ (x+a)^2 &= b\end{aligned}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(2x-3) &= (x+1)^2 \\ x^2 - 7x &= -2 \\ \left(x^2 - 7x + \frac{49}{4}\right) &= -2 + \frac{49}{4} \\ \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 &= \frac{41}{4} \\ a = -\frac{7}{2}, b &= \frac{41}{4} \\ \therefore 4(a+b) &= 4\left(-\frac{7}{2} + \frac{41}{4}\right) = 27\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $3(x-b)^2 = 15$ 의 근이 $x = 7 \pm \sqrt{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}3(x-b)^2 &= 15, (x-b)^2 = 5 \\ \therefore x &= b \pm \sqrt{5} \\ \text{이것이 } 7 \pm \sqrt{a} \text{ 이므로 } a &= 5, b = 7 \text{ 이다.} \\ \therefore a+b &= 12\end{aligned}$$

- 10.

[배점 5, 중상]

해설

11. $A = \{1, 2, a^2 - 6a + 11\}$, $B = \{a-2, a-1, a, a+1, a+2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}A \cap B &= \{2, 3\} \text{ 이므로} \\ a^2 - 6a + 11 &= 3, a^2 - 6a + 8 = 0 \\ (a-2)(a-4) &= 0 \\ \therefore a &= 2, a = 4 \\ a = 2 \text{ 이면 } A &= \{1, 2, 3\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4\} \\ \text{이고} \\ A \cap B &= \{1, 2, 3\} \text{ 이므로 조건에 부적합하다.} \\ \therefore a &= 4\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}
 x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - 3a + 1 &= 0 \\
 \text{양변을 } a \text{ 로 나누면 } a - 3 + \frac{1}{a} &= 0 \\
 \therefore a + \frac{1}{a} &= 3 \\
 \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} &= (a + \frac{1}{a})^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7
 \end{aligned}$$

13. $x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $\frac{(x-y)^2}{2xy}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$\begin{aligned}
 x^2 + 4xy + 4y^2 = 0 \text{ 에서 } (x + 2y)^2 &= 0 \\
 \therefore x = -2y \\
 \frac{(x-y)^2}{2xy} \text{ 에 } x = -2y \text{ 를 대입하면} \\
 \frac{(-2y-y)^2}{2(-2y)y} &= \frac{(-3y)^2}{(-4y^2)} = \frac{9y^2}{(-4y^2)} = -\frac{9}{4}
 \end{aligned}$$

14. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차방정식이 중근을 가지는 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $(a \times \frac{1}{2})^2 = b$ 이다.
 $a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

$$\begin{aligned}
 x^2 - 2ax + b = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2ax &= -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2 \\
 (x - a)^2 &= -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2} \\
 \therefore x &= a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5} \\
 \text{따라서 } a = 1, a \text{ 값을 대입하면} \\
 \sqrt{1 - b} &= \sqrt{20} \\
 \therefore b &= -19 \\
 \text{따라서 } a + b &= -18 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

16. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

17. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

- ① $x^2 - 4x = 3x$ [0]
② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]
③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]
④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]
⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

18. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

19. 다음 중 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.
② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.
③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.
⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

- ⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

20. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$
$$(x + 12)(x - 2) = 0$$
$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$