

단원 종합 평가

1. $(x-2)^2 = 3$ 의 해가 $x = m \pm \sqrt{n}$ 일 때, $m-n$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= 3, \quad x-2 = \pm\sqrt{3} \\ x &= 2 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로 } m=2, \quad n=3 \\ \therefore m-n &= 2-3 = -1\end{aligned}$$

2. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은? [배점 2, 하중]

① $x^2 = x^2 - 2x$

② $4x^2 = 2(x-1)^2 + 5$

③ $x^3 - 2x^2 + 3 = 2x^3 - 2x^2$

④ $x^2 + 1 = (x+1)(x-1)$

⑤ $x^2 - 5x = x(x+7)$

해설

$$\textcircled{2} \quad 4x^2 - 2(x-1)^2 - 5 = 2x^2 + 4x - 7 = 0$$

3. $(x+2)(x-6) = 3$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 19$

해설

$$\begin{aligned}(x+2)(x-6) &= 3, \quad x^2 - 4x - 12 = 3 \\ x^2 - 4x &= 15, \quad (x-2)^2 = 15 + 4 \\ (x-2)^2 &= 19 \\ \therefore a &= -2, \quad b = 19\end{aligned}$$

4. 다음 중 이차방정식은? [배점 2, 하중]

① $(x+2)^2 - 2 = x^2$

② $x^3 + 1 = 0$

③ $2x^2 - (x-2)^2 = x^2$

④ $2x^2 - 3x + 1$

⑤ $(x+2)(x-4) = 0$

해설

$$(x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8 = 0$$

5. 이차방정식 $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$3(x-a)^2 = 15$ 에서 $(x-a)^2 = 5$ 이므로
 $x-a = \pm\sqrt{5}$
 $\therefore x = \pm\sqrt{5} + a$
 따라서 $a = -4, b = 5$

6. 이차방정식 $(2x+6)(x-1) = 8$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$(2x+6)(x-1) = 8$
 $2x^2 + 4x - 6 - 8 = 0$
 $2x^2 + 4x - 14 = 0$
 양변을 2 로 나누면
 $x^2 + 2x - 7 = 0$
 $x^2 + 2x + 1 = 7 + 1$
 $(x+1)^2 = 8$
 $a = -1, b = 8, ab = -8$

7. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면
 $48 + 4a - 16 = 0$
 $a = -8$
 $3x^2 + 8x - 16 = 0$
 $(3x-4)(x+4) = 0$
 $x = \frac{4}{3}, x = -4$
 (구하는 값) $= \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$

8. $A = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x \mid 2x^2 - 3x - 9 = 0\}$ 일 때, 다음 중 $A \cap B$ 의 원소인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

해설

집합 A 에서 $(x-3)(x-1) = 0$, $x = 1, 3$
 집합 B 에서 $(2x+3)(x-3) = 0$, $x = -\frac{3}{2}, 3$
 따라서 $A \cap B = \{3\}$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x = a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2 + 5a + 1 = 0$
 에서 $a + 5 + \frac{1}{a} = 0$
 $\therefore a + \frac{1}{a} = -5$

10. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때,
 $2a^2 - 4a$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } 2a^2 - 4a - 3 = 0 \\ \therefore 2a^2 - 4a = 3$$

11. 이차방정식 $(x - 5)^2 = a$ 의 한 근이 $x = 5 - \sqrt{3}$ 일
 때, 다른 한 근은? (단, $a \geq 0$) [배점 3, 하상]

① 5 ② $3 + \sqrt{5}$ ③ $3 - \sqrt{5}$
 ④ $5 + \sqrt{3}$ ⑤ 3

해설

$$x - 5 = \pm\sqrt{a} \\ \therefore x = 5 \pm \sqrt{a} \\ a = 3 \text{ 이므로 다른 한 근은 } 5 + \sqrt{3} \text{ 이다.}$$

12. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 이차방정
 식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해집합은? [배점 3, 하상]

① $\emptyset$ ② $\{-3, -1\}$
 ③ $\{-1\}$ ④ $\{1, 3\}$
 ⑤ $\{1\}$

해설

x 에 집합의 원소들을 대입하면 $x = 1$ 일 때에만
 성립한다.
 따라서 해집합은 $\{1\}$ 이다.

13. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2x + 6 - m = 0$ 이 중근을
 가질 때, m 의 값과 그 때의 해를 구하여라.
 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = 5$

▷ 정답: $x = -1$

해설

$$x^2 + 2x + 6 - m = 0 \\ \frac{D}{4} = 1 - (6 - m) = 0 \\ 1 - 6 + m = 0 \\ \therefore m = 5 \\ m = 5 \text{ 를 주어진 식에 대입하면} \\ x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0 \\ \therefore x = -1$$

14. 이차방정식 $(a - 1)x^2 - (a^2 + 1)x + 2(a + 1) = 0$ 의
 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $a \neq 1$)
 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 이므로
 $(a-1) \times 4 - (a^2+1) \times 2 + 2(a+1) = 0$,
 $4a - 4 - 2a^2 - 2 + 2a + 2 = 0$,
 $a^2 - 3a + 2 = 0$, $(a-2)(a-1) = 0$,
 $a \neq 1$ 이므로 $a = 2$,
 $x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x-2)(x-3) = 0$,
 $x = 2$ 또는 $x = 3$,
따라서 다른 한 근은 3 이다.

15. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는? [배점 3, 중하]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x^2 - 5x + 2 = 0$ 에서
 $x = -2$ 을 대입하면
 $2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 20 \neq 0$
 $x = -1$ 을 대입하면
 $2 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 2 = 9 \neq 0$
 $x = 0$ 을 대입하면 $2 \times 0^2 - 5 \times 0 + 2 = 2 \neq 0$
 $x = 1$ 을 대입하면 $2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2 = -1 \neq 0$
 $x = 2$ 을 대입하면 $2 \times 2^2 - 5 \times 2 + 2 = 0$

16. 두 이차방정식 $2x^2 - 7x - 4 = 0$, $2x^2 - 5x - 12 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $x = 4$

해설

$2x^2 - 7x - 4 = 0$
 $(2x+1)(x-4) = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 4$
 $2x^2 - 5x - 12 = 0$
 $(2x+3)(x-4) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = 4$

17. 집합 $A = \{x \mid (x+5)^2 = a\}$ 에 대하여 $n(A) = 1$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $a = 0$

해설

$A = \{x \mid (x+5)^2 = a\}$ 가 중근을 가지므로
 $25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$
 $\therefore a = 0$

18. 이차방정식 $(3x-2)(2x+3) = 0$ 을 풀면?
[배점 3, 중하]

① $x = 2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

④ $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 값을 찾는다.

19. 이차방정식 $2x^2 - 4x - a - 1 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x = 1 \pm \sqrt{3}$ 이었다. 이때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 4x - a - 1 &= 0 \\ 2(x^2 - 2x + 1) &= a + 3 \\ 2(x - 1)^2 &= a + 3 \\ (x - 1)^2 &= \pm \sqrt{\frac{a+3}{2}} \\ x &= 1 + \sqrt{\frac{a+3}{2}} \\ \sqrt{\frac{a+3}{2}} &= \sqrt{3} \text{ 이므로} \\ a + 3 &= 6 \\ \therefore a &= 3 \end{aligned}$$

20. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

- ㉠ $2x^2 - 5 = x^2$
- ㉡ $x^2 = -x + 2$
- ㉢ $x^2 = 0$
- ㉣ $x^2 = (x - 1)^2 + x^2$
- ㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$
- ㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

[배점 4, 중중]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
- ④ 6개 ⑤ 7개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식) $=0$ 꼴의 등식이다.
 $\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥ 5개

21. 이차방정식 $2(x + 5)^2 - 14 = 0$ 의 해가 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수)

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 2(x + 5)^2 - 14 &= 0, 2(x + 5)^2 = 14, (x + 5)^2 = 7 \\ \therefore x &= -5 \pm \sqrt{7} \\ A &= -5, B = 7 \\ \therefore A + B &= -5 + 7 = 2 \end{aligned}$$

22. 다음 중에서 $x = 0$ 과 $x = 2$ 를 모두 해로 가지는 이차 방정식은? [배점 4, 중중]

- ① $x(x+2) = 0$
 ② $x(x-2) = 0$
 ③ $(x-1)(x+2) = 0$
 ④ $(x-2)^2 = 0$
 ⑤ $x^2 = 0$

해설

$x = 0$ 과 $x = 2$ 를 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ②뿐이다.

23. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4 = 0$
 ㉡ $x^2 = 8x - 16$
 ㉢ $(3x+1)^2 = 1$
 ㉣ $x^2 = 0$
 ㉤ $(4x-1)(x+2) = 3x-3$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡, ㉣ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉤
 ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax+b)^2 = 0$ 의 꼴이다.

- ㉠ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x-4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$ (중근)
 ㉡ $x^2 = 0 \therefore x = 0$ (중근)
 ㉢ $(4x-1)(x+2) = 3x-3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$
 $(2x+1)^2 = 0 \therefore x = -\frac{1}{2}$ (중근)

24. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 21 ② -21 ③ 27
 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m+3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27 \end{aligned}$$

25. 다음 조건을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

$$\{x \mid x^2 + ax + 6 = 0\} \cup \{x \mid x^2 + 9x + 14 = 0\} = \{-7, -2, -3\}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$x^2 + 9x + 14 = 0$ 에서 $(x + 2)(x + 7) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = -7$
즉, -3 은 $\{x \mid x^2 + ax + 6 = 0\}$ 의 원소이다.
따라서 $x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면
 $(-3)^2 + a(-3) + 6 = 0$
 $\therefore a = 5$

26. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서 $x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$
 $(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm\sqrt{-b + a^2}$
 $\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$
따라서 $a = 1, a$ 값을 대입하면
 $\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$
 $\therefore b = -19$
따라서 $a + b = -18$ 이다.