

단원 종합 평가

1. 다음 중 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해는?

[배점 2, 하중]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 식에 대입하면 $1 + 2 - 3 = 0$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 + ax - 16 = 0$ 의 한 근이 8 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 합을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -8 ② 8 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$x^2 + ax - 16 = 0 \text{ 에}$$

$$x = 8 \text{ 을 대입하면 } a = -6$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$(x - 8)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore a + x = -6 - 2 = -8$$

3. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는? [배점 3, 중하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$2x^2 - 5x + 2 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -2 \text{ 을 대입하면}$$

$$2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 20 \neq 0$$

$$x = -1 \text{ 을 대입하면}$$

$$2 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) + 2 = 9 \neq 0$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } 2 \times 0^2 - 5 \times 0 + 2 = 2 \neq 0$$

$$x = 1 \text{ 을 대입하면 } 2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 2 = -1 \neq 0$$

$$x = 2 \text{ 을 대입하면 } 2 \times 2^2 - 5 \times 2 + 2 = 0$$

4. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로

주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$x = 6 \text{ 또는 } x = -3 \text{ (다른 한 근)}$$

$$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

5. 이차방정식 $(x - 3)(2x - 5) = 5x - 4$ 를 $(x - p)^2 = k$ 의 꼴로 나타낼 때, $k - p$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned}
(x-3)(2x-5) &= 5x-4 \\
2x^2-11x+15-5x+4 &= 0 \\
2x^2-16x+19 &= 0 \\
2(x^2-8x+16) &= -19+32 \\
2(x-4)^2 &= 13 \\
(x-4)^2 &= \frac{13}{2} \\
\therefore k &= \frac{13}{2}, p=4 \\
\therefore k-p &= \frac{13}{2}-4 = \frac{5}{2}
\end{aligned}$$

6. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $(x-2)(x+3)=0$ ② $x^2+2x=0$
 ③ $3x^2+x-1=0$ ④ $x^2-9x+14=0$
 ⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x=7, x=2$ 일 때 성립한다.

7. 두 집합 $A = \{x|x^2+ax+b=0\}$, $B = \{x|x^2+cx+d=0\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{-1, 3, 5\}$, $A \cap B = \{3\}$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}
A \cup B &= \{-1, 3, 5\}, A \cap B = \{3\} \text{ 이므로} \\
A &= \{-1, 3\}, B = \{3, 5\} \text{ 라 하면} \\
A: (x+1)(x-3) &= x^2-2x-3=0 \\
a &= -2, b = -3 \\
B: (x-3)(x-5) &= x^2-8x+15=0 \\
c &= -8, d = 15 \\
a+b+c+d &= -2-3-8+15=2
\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2-7x+1=0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned}
\text{주어진 식에 } x &\text{ 대신 } a \text{ 를 대입하면} \\
a^2-7a+1 &= 0 \\
a-7+\frac{1}{a} &= 0 \\
a+\frac{1}{a} &= 7
\end{aligned}$$

9. 집합 $A = \{x|x^2-9x+k=x-7\}$ 에서 $n(A)=1$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$$

$$x^2 - 10x + k + 7 = 0$$

$n(A) = 1$ 이므로 중근을 갖는다.

$$k + 7 = 25$$

$$k = 18$$

해설

$$2x + 5 \leq x + 6, x \leq 1$$

이를 만족하는 자연수는 1 뿐이다.

따라서 $x = 1$ 이 주어진 이차방정식의 중근이므로

$$x^2 + ax + b = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore a = -2, b = 1$$

10. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근의 곱은? (a 는 정수)

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 2, 3
④ -6 ⑤ 6

12. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 해를 가질 조건은?
[배점 5, 중상]

- ① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k \geq 0$
④ $k > 0$ ⑤ $k < 0$

해설

$$x = 3 \text{ 을 대입하면 } 3a^2 - 11a + 10 = 0$$

$$\text{인수분해하면 } (3a - 5)(a - 2) = 0$$

$$a = 2 (\because a \text{ 는 정수})$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ 을 인수분해하면 } (x-3)(x-2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 6

해설

$$(x-p)^2 = k, x-p = \pm\sqrt{k}$$

$$\therefore x = p \pm \sqrt{k}$$

이차방정식은 실수 범위이므로, 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$$\therefore k \geq 0$$

11. 부등식 $2x + 5 \leq x + 6$ 의 자연수의 해가 중근을 갖는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해 일 때, a 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m-6)x^2 - 6x - 10 = 0$, $x^2 - (m-5)x - 6 = 0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $x = -1$

해설

$x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2 = 16$$

$$\therefore m = 10$$

$$4x^2 - 6x - 10 = 0 \text{ 에서 } 2(2x - 5)(x + 1) = 0$$

이므로

$$x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0 \text{ 에서 } (x + 1)(x - 6) = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

14. 다음 중 $(a - 2)(b + 1) = 0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

㉠ $a = 2, b = 1$

㉡ $a = 3, b = 1$

㉢ $a = 1, b = -1$

㉣ $a = 2, b = -1$

[배점 5, 중상]

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$$a - 2 = 0 \text{ 또는 } b + 1 = 0$$

$$a = 2 \text{ 또는 } b = -1$$

15. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\}$,
 $B = \{x \mid x^2 + 7x - a = 0\}$, $A \cap B = \{-2\}$ 일 때,
 $A \cup B$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

① $\{-2, 3, 5\}$

② $\{-3, -2, 3\}$

③ $\{-5, -2\}$

④ $\{-5, -2, 3\}$

⑤ $\{-2, 3\}$

해설

$$A : (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } -2$$

$$\therefore A = \{3, -2\}$$

$$B : x = -2 \text{ 가 근이므로 대입하면}$$

$$2^2 + 7 \times (-2) - a = 0 \quad \therefore a = -10$$

$$\text{따라서 } x^2 + 7x + 10 = 0 \text{ 이므로 } (x + 2)(x + 5) = 0$$

$$x = -2 \text{ 또는 } -5$$

$$\therefore B = \{-5, -2\}$$

$$\therefore A \cup B = \{-5, -2, 3\}$$

- 16.

[배점 5, 중상]

해설

17. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여
주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의
수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차방정식이 중근을 가지는
확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b$ 이다.

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

18. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라. (단, k, m 은 유리수)

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$$2(x+k)^2 = m, (x+k)^2 = \frac{m}{2}$$

$$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore k = -4, m = 10$$

$$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$$

19. 다음 중 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.

② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.

③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.

⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

20. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

21. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -12

▷ 정답: 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x+12)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

22. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $x^2 - 4x = 3x$ [0]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

23. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. [] 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) = 0 의 모양으로 되는 식을 [] 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.