

단원 종합 평가

1. 반지름의 길이가 8 cm 인 원의 중심으로부터 14 cm 떨어진 점 P 에서 이 원에 그은 접선의 길이를 구하여라.

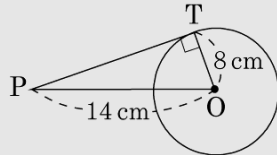
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{33}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{PT} &= \sqrt{14^2 - 8^2} \\ &= \sqrt{196 - 64} \\ &= \sqrt{132} \\ &= 2\sqrt{33} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



2. 다음 그림에 $\widehat{AB}$ 는 원의 일부이다. $\overline{AM} = \overline{BM} = 4$ cm, $\overline{CM} = 2$ cm, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.

[배점 2, 하중]

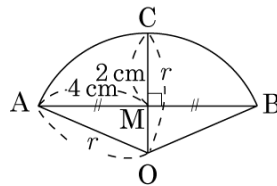
▶ 답 :

▷ 정답 : 5 cm

해설

직각삼각형 AOM 에서

$$r^2 = (r - 2)^2 + 4^2, \quad r = 5 \text{ cm}$$



3. 다음 그림과 같이 반원 O 의 지름 AB 를 한 변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 의 크기를 구하여라.

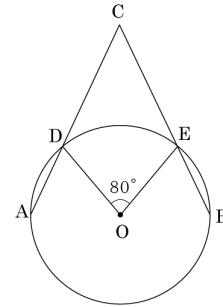
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50°

해설

점 A 와 점 E 를 이으면 $\angle DAE = 40^\circ$
 $\angle AEC = 90^\circ$
 $\angle C = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$



4. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접하기 위한 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

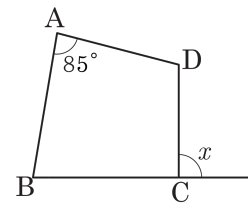
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

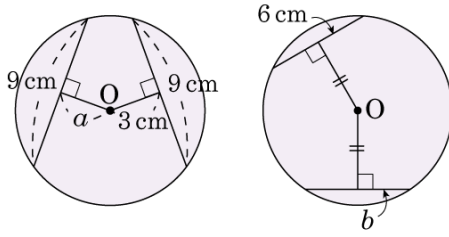
▷ 정답 : 85°

해설

$\square ABCD$ 가 원에 내접하려면 $\angle x$ 의 크기는 그 내각 85° 와 같아야 한다.



5. 다음 그림에서 $a + b$ 의 합을 구하여라.



[배점 3, 하상]

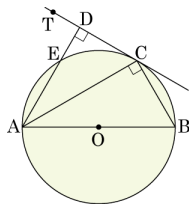
▶ 답 :

▷ 정답 : 9 cm

해설

- (1) 한 원이나 합동인 원에서 현의 길이가 같으면 중심에서 현에 내린 수선의 길이도 같다. $a = 3$
- (2) 중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으면 그 현의 길이도 같다. $b = 6$

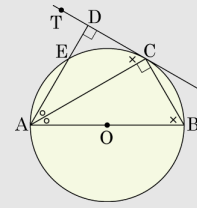
6. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, 점 C 는 접점이다. 점 A 에서 접선 CT 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 하상]

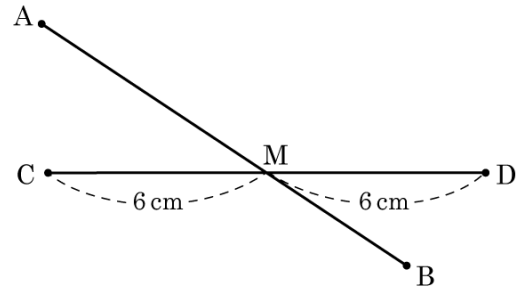
- ① $\angle DCA = \angle CBA$
- ② $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$
- ③ $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$
- ④ $\angle CAD = \angle ACD$
- ⑤ $\angle BAC = \angle CAD$

해설



$\angle DCA = \angle CBA$ (접선과 현이 이루는 각)
 $\overline{CD}$ 가 접선이므로 $\overline{DC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DE}$
 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB}$
 $\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AD}$

7. 다음 그림과 같이 선분 CD 의 중점 M 에서 선분 AB 와 CD 가 만난다. 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, 선분 AM 의 길이는? (단, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AM} > \overline{BM}$)



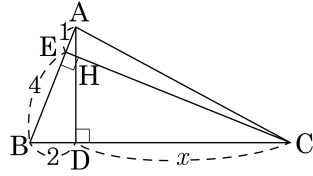
[배점 3, 하상]

- ① 4cm
- ② 5cm
- ③ 4cm 또는 9cm
- ④ 4cm 또는 5cm
- ⑤ 9cm

해설

$\overline{AM} = x$ 라 할 때, $6 \times 6 = x \times (13 - x)$
 $(x - 4)(x - 9) = 0$
 $\therefore x = 9, x = 4$
 $\overline{AM} > \overline{BM}$ 이므로 $\therefore x = 9$

8. 다음 그림에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$,
 $\overline{CE} \perp \overline{AB}$ 이고 점 H 는
 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점이다.
 $\overline{AE} = 1$, $\overline{EB} = 4$,
 $\overline{BD} = 2$ 일 때, $\overline{DC}$ 의
 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

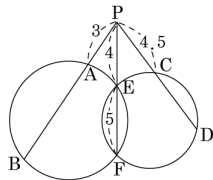
$\angle AEC = \angle ADC = 90^\circ$ 이므로

$\square AEDC$ 는 원에 내접한다.

$$4 \times (4 + 1) = 2 \times (2 + x), 20 = 4 + 2x$$

$$\therefore x = 8$$

9. 다음의 그림에서 $\overline{EF}$ 는 공통현이고, $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$, $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① 7.5 ② 9.5 ③ 11.5
 ④ 12.5 ⑤ 13.5

해설

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}, 3 \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PB} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 12 - 3 = 9$$

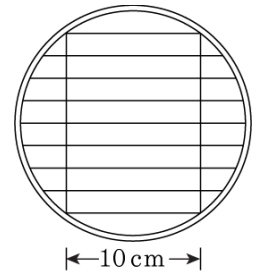
$$\text{또, } \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF} \text{ 에서 } \frac{9}{2} \times \overline{PD} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PD} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = 8 - 4.5 = 3.5$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 9 + 3.5 = 12.5$$

10. 미영이는 야영을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굵은 두 철사는 평행하고 길이가 24cm 로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 10cm 였다. 미영이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이를 구하여라.



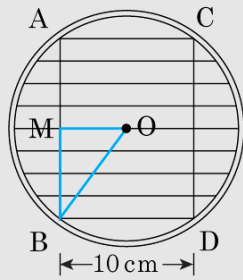
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

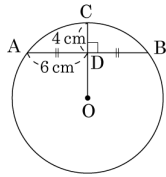
▷ 정답 : 13 cm

해설

두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 5\text{ cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm})$ 이다. 석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$ 가 직각삼각형 이므로 $\overline{OB} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$ 이다.



11. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

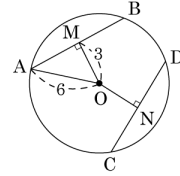
▶ 답:

▶ 정답: $\frac{13}{2}\text{cm}$

해설

$\overline{OA} = x$ 라고 하면 $\triangle OAD$ 에서
 $x^2 = 6^2 + (x - 4)^2$
 $x^2 = 36 + x^2 - 8x + 16$
 $8x = 52$
 따라서 $x = \frac{13}{2}(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

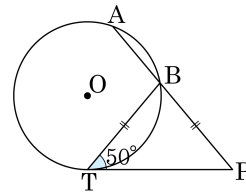
▶ 답:

▶ 정답: $6\sqrt{3}$

해설

$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = 6\sqrt{3}$ 이다. $\overline{OM} = \overline{ON} = 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6\sqrt{3}$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 T는 원 O의 접점이고, $\overline{BT} = \overline{BP}$, $\angle BTP = 50^\circ$ 일 때, $\angle ATB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

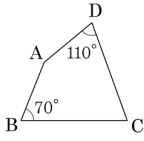
▶ 정답: 30°

해설

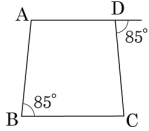
$\angle P = 50^\circ$
 $\angle BTP = \angle TAB = 50^\circ$
 $\angle ABT = 100^\circ$
 $\angle ATB = 180^\circ - 50^\circ - 100^\circ = 30^\circ$

14. 다음 중 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

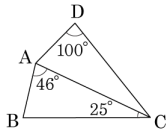
①



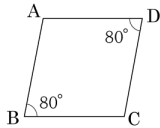
②



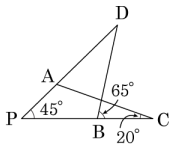
③



④



⑤

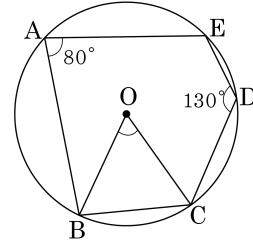


해설

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad \angle ABC &= 180^\circ - 45^\circ - 25^\circ = 110^\circ \\ \angle ABC + \angle ADC &= 110^\circ + 100^\circ = 210^\circ \neq 180^\circ \end{aligned}$$

$$\textcircled{4} \quad \angle ABC + \angle ADC = 80^\circ + 80^\circ = 160^\circ \neq 180^\circ$$

15. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE가 원 O에 내접하고 $\angle A = 80^\circ$, $\angle D = 130^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

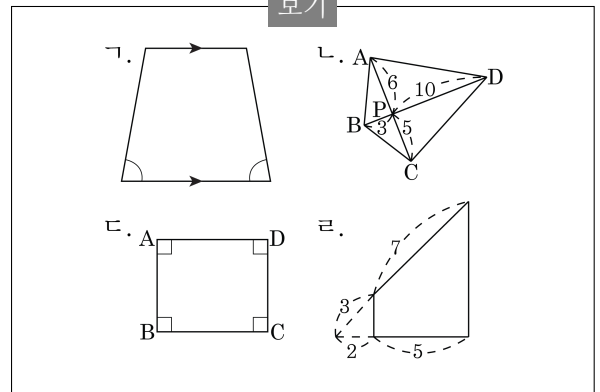
▷ 정답 : 60°

해설

B와 D를 이으면 $\square ABDE$ 는 원에 내접하므로
 $\angle A + \angle BDE = 180^\circ$
 $\angle BDC = 80^\circ + 130^\circ - 180^\circ = 30^\circ$
 $\angle BOC = 2\angle BDC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

16. 다음 보기 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 것은 모두 몇 개인지 구하시오.

보기



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

㉠ 등변사다리꼴의 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같고 윗변의 양 끝각의 크기가 서로 같으므로 대각의 크기의 합이 180° 이다.

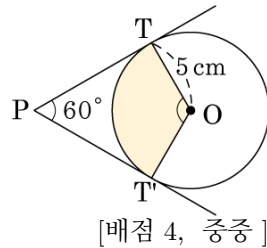
㉡ $6 \times 5 = 3 \times 10$

㉢ 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90° 이므로 대각의 크기의 합이 180° 이다.

㉣ $3 \times (3 + 7) \neq 2 \times (2 + 5)$

따라서 원에 내접하는 것은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

17. 다음 그림과 같이 원 밖의 점 P에서 원에 그은 접선에 대한 접점을 T, T'이라 할 때, 부채꼴 TOT'의 넓이를 구하면?



[배점 4, 중중]

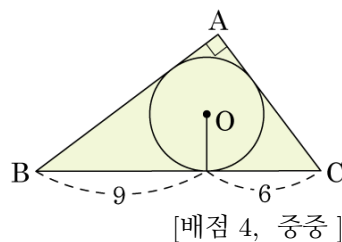
- ① $\frac{25}{3}\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{25}{4}\pi\text{cm}^2$
 ④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{50}{3}\pi\text{cm}^2$

해설

$$\angle TOT' = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \pi \times 5^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{25}{3}\pi (\text{cm}^2)$$

18. 다음 그림에서 원 O가 직각삼각형 ABC의 내접원일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



[배점 4, 중중]

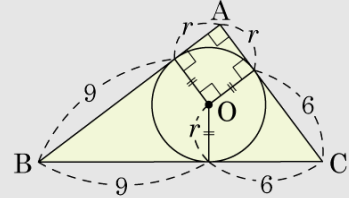
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

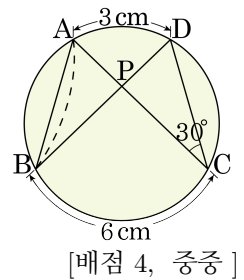
반지름을 r 라 하면

$$(9 + r)^2 + (6 + r)^2 = 15^2, \quad r^2 + 15r - 54 = 0$$

$$(r - 3)(r + 18) = 0 \quad \therefore r = 3$$



19. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AC, BD의 교점이고 $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

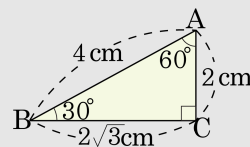
▷ 정답 : $2\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

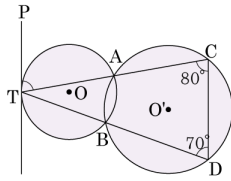
$\widehat{AD} : \widehat{BC} = 3 : 6 = 1 : 2$ 이므로

$\angle BAC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ, \quad \angle ABD = 30^\circ$

$$\therefore (\triangle ABP \text{의 넓이}) = 2\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$



20. 다음 그림과 같이 직선 PT가 원 O의 접선일 때, $\angle ATP$ 의 크기는?



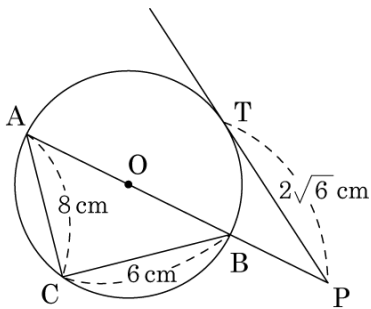
[배점 4, 중중]

- ① 55° ② 60° ③ 65°
④ 70° ⑤ 80°

해설

점 A와 점 B를 이으면
원 O에서 $\angle ATP = \angle ABT$
원 O'에서 $\square ABDC$ 는 내접하므로
 $\angle ABT = \angle C = 80^\circ$ ($\because$ 내대각)
따라서 $\angle ATP = \angle C = 80^\circ$

21. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 가 원 O의 접선일 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{AB} = 10(\text{cm})$ 이므로

$\overline{PB} = x$ 라고 하면

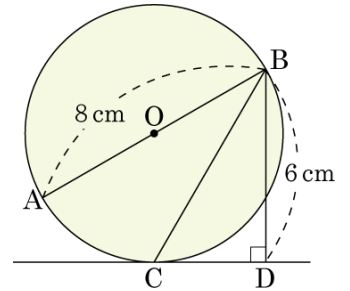
원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라

$$(2\sqrt{6})^2 = x \times (x + 10)$$

$$(x - 2)(x + 12) = 0$$

$\therefore \overline{PB} = 2(\text{cm})$ ($\because x > 0$)이다.

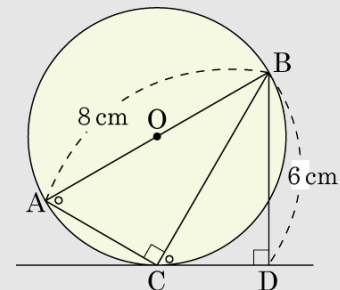
22. 다음 그림에서 $\overrightarrow{CD}$ 는 원 O의 접선이다. $\overline{AB}$ 가 원의 지름이고 $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① 2 cm ② 4 cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
④ $3\sqrt{2}$ cm ⑤ $4\sqrt{2}$ cm

해설



$\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로

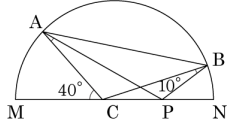
$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (AA 닮음)

$$\therefore 8 : \overline{BC} = \overline{BC} : 6$$

$$\overline{BC}^2 = 48, \overline{BC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4 \text{ cm}$$

23. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. $\square ACPB$ 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10^\circ$, $\angle APC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BCN$ 는?

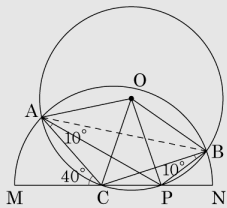


[배점 5, 중상]

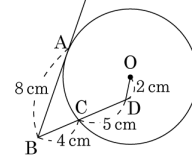
- ① 10° ② 15° ③ 20°
 ④ 25° ⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,
 $\angle APC = 30^\circ$,
 $\angle AOC = 2\angle APC = 60^\circ$ (원주각과 중심각),
 $\angle COP = 2\angle CAP = 20^\circ$ (원주각과 중심각)
 $\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름)이므로 현의 길이가 같으면
 중심각의 크기도 같고,
 $\therefore \angle AOC = \angle COB = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40^\circ$
 $\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$



24. 다음 그림과 같이 원 O 위의 한 점 A 에서 접선 AB 를 긋고 원의 내부의 한 점 D 와 점 B 를 이은 선분이 원과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CD} = 5$, $\overline{OD} = 2$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

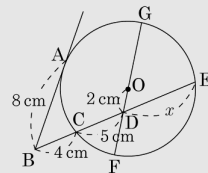


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{39}$

해설



$$\overline{AB}^2 = \overline{BC} \times \overline{BE}$$

$$64 = 4 \times (4 + 5 + x)$$

$$9 + x = 16 \quad \therefore x = 7$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{DG} = r + 2, \quad \overline{DF} = r - 2$$

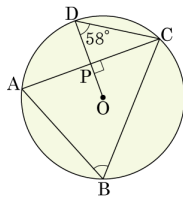
$$\overline{DG} \times \overline{DF} = \overline{DC} \times \overline{DE}$$

$$(r + 2)(r - 2) = 5 \times 7$$

$$r^2 = 35 + 4 = 39$$

$$\therefore r = \sqrt{39}$$

25. 원의 중심 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 P , $\overline{OP}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하자. $\angle ODC = 58^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 64°

해설

$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCD = \angle ODC = 58^\circ$$

$$\therefore \angle DOC = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 64^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\angle DOC = 64^\circ$$