

# 단원 종합 평가

1. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ ,  
 $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$  일 때,  $A \cap B$  는?  
 [배점 2, 하중]

- ① {1, 2, 3, 10}
- ② {1, 2, 3, 6}
- ③ {2, 3, 4, 5}
- ④ {1, 2}
- ⑤ {1, 2, 3, 4, 6, 10, 20}

### 해설

$A \cap B$  는  $A$  에도 속하고  $B$  에도 속하는 집합을 말한다.  
 집합  $A = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$   
 이므로 두 집합의 공통부분은  $\{1, 2\}$  가 된다.

2. 다음 중 8의 배수의 집합의 부분집합을 골라라.

- ㉠ 1의 배수의 집합
- ㉡ 13의 배수의 집합
- ㉢ 9의 배수의 집합
- ㉣ 16의 배수의 집합
- ㉤ 20의 배수의 집합

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

### 해설

8의 배수의 집합을 원소나열법으로 나타내면  
 $\{8, 16, 24, \dots\}$ 이다.  
 따라서 16의 배수의 집합은 8의 배수의 집합이다.

3. 두 수  $2^3 \times 5^a \times 7$ ,  $2^4 \times 5^5 \times 7^b$  의 최대공약수가  
 $2^3 \times 5^3 \times 7$ , 최소공배수가  $2^4 \times 5^5 \times 7^3$  일 때,  $a + b$   
 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

### 해설

최대공약수가  $2^3 \times 5^3 \times 7$  이므로  $a = 3$ ,  
 최소공배수가  $2^4 \times 5^5 \times 7^3$  이므로  $b = 3$   
 따라서  $a + b = 6$  이다.

4. 두 수  $2^2 \times 3$ ,  $A$  의 최대공약수가  $2 \times 3$ , 최소공배수가  
 $2^2 \times 3 \times 7$  일 때,  $A$  를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 42

### 해설

두 수  $A, B$  의 최대공약수를  $G$ , 최소공배수를  $L$   
 이라 하면  $A \times B = L \times G$  이므로  
 $(2^2 \times 3) \times A = (2 \times 3) \times (2^2 \times 3 \times 7) = 2^3 \times 3^2 \times 7$   
 이다.  
 $\therefore A = 2 \times 3 \times 7 = 42$

5. 다음 수를 작은 수부터 차례로 기호를 나열하여라.

- |                    |                  |         |
|--------------------|------------------|---------|
| ㉠ $5^3$            | ㉡ 39             | ㉢ $2^5$ |
| ㉣ $2^2 \times 3^3$ | ㉤ $3^2 \times 7$ |         |

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉠

해설

㉠  $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

㉡ 39

㉢  $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

㉣  $2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$

㉤  $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㉣, ㉡, ㉢, ㉤, ㉠이다.

6.  $n(A) = 14$ ,  $n(B) = 23$ ,  $n(A \cap B) = 7$  일 때,  $n(B - A) - n(A - B)$  의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = 14 - 7 = 7$$

$$n(B - A) = 23 - 7 = 16$$

$$\therefore n(B - A) - n(A - B) = 16 - 7 = 9$$

7. 100 이하의 자연수 중에서 3의 배수이거나 4의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 50개

해설

3의 배수인 집합을  $A$  라 하고, 4의 배수인 집합을  $B$  라 하자.

3의 배수이면서 4의 배수인 집합은  $A \cap B$  이다.

3의 배수이거나 4의 배수인 수, 즉  $A \cup B$  를 구하는 것이다.

$$n(A) = 33, n(B) = 25, n(A \cap B) = 8 \text{ 이므로}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 33 + 25 - 8$$

$$x = 50$$

8. 두 수  $2^a \times 3^2$ ,  $2^2 \times 3^b \times 7$  의 최대공약수가  $2^2 \times 3^2$  이고, 최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 7$  일 때,  $a - b$  의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

최소공배수에서 2의 지수가 3 이므로  $a = 3$   
최소공배수와 최대공약수에서 3의 지수가 2로  
같으므로  $b = 2$   
따라서  $a - b = 3 - 2 = 1$  이다.

9. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 360

해설

$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$
---	--	---

$\therefore 12 = 2^2 \times 3$      $\therefore 36 = 2^2 \times 3^2$      $\therefore 40 = 2^3 \times 5$   
따라서 최소공배수는  $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$  이다.

10. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 10보다 큰 수는 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5개

해설

가장 큰 네 자리의 이진법 수는  $1111_{(2)}$  이다.  
 $1111_{(2)} = 15$  이므로 11, 12, 13, 14, 15로 5개 이다.

11. 집합  $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1,  $n$ 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32개일 때,  $n$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

집합  $A$ 의 원소의 개수를  $a$ 개라 하면 원소 1,  $n$ 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는  $2^{a-2}$ 개이다.  
 $2^{a-2} = 32 = 2^5$   
 $a - 2 = 5$  이므로  $a = 7$   
따라서 집합  $A$ 의 원소의 개수가 7개이므로  $n$ 의 값은 13이다.

12.  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여  $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$ 일 때,  $(A - B)^c$ 은? [배점 4, 중중]

①  $\{1, 2\}$

②  $\{1, 2, 3\}$

③  $\{1, 2, 5\}$

④  $\{1, 2, 3, 5\}$

⑤  $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 6\}$  이므로  $A - B = \{4\}$  이다.  
따라서  $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 5, 6\}$  이다.

13. 가로 길이가 90cm, 세로 길이가 144cm 인 직사각형 모양의 벽에 같은 크기의 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 한 큰 타일을 붙이면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또, 몇 개의 타일이 필요한가? [배점 4, 중중]

- ① 18cm, 35 개                      ② 12cm, 35 개
- ③ 18cm, 40 개                      ④ 12cm, 40 개
- ⑤ 15cm, 30 개

**해설**

타일의 한 변의 길이를  $x$  cm 라 할 때,  
 $90 = x \times \square$ ,  $144 = x \times \triangle$   
 $x$  는 90 과 144 의 최대공약수  
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ ,  $144 = 2^4 \times 3^2$   
 $\therefore x = 2 \times 3^2 = 18$  (cm)  
 $90 = 18 \times 5$ ,  $144 = 18 \times 8$ 이므로  
 필요한 타일의 개수는  $\therefore 5 \times 8 = 40$  (개)

14. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$  일 때, 다음을 만족하는 집합  $B$  의 개수를 구하여라.

**보기**

$$\{1\} \subset B \subset A, n(B) = 3$$

[배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** 3개

**해설**

$A = \{1, 3, 9, 27\}$   
 집합  $B$  는 원소 1 을 포함한 집합  $A$  의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개인 집합이므로  
 $\{1, 3, 9\}$ ,  $\{1, 3, 27\}$ ,  $\{1, 9, 27\}$  의 3 개이다.

15.  $abc110_{(2)}$  을 8로 나누었을 때, 나머지를 십진법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** 6

**해설**

$$\begin{aligned} abc110_{(2)} &= a \times 2^5 + b \times 2^4 + c \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 \\ &= 2^3 \times (a \times 2^2 + b \times 2 \times c) + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 \\ \therefore (\text{나머지}) &= 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 4 + 2 = 6 \end{aligned}$$