단원 종합 평가

1. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는? [배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3^2$

③ $2^4 \times 3^2 \times 5$ ④ $2^4 \times 3 \times 5$

⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

2. 두 자연수의 최대공약수가 13, 최소공배수가 40 일 때, 두 수의 곱을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 520

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로

$A \times B = 13 \times 40$ 이다.

$\therefore\ A \times B = 520$

3. 경진이가 사는 아파트에는 중학생이 모두 30 명 있다. 토요일에는 아파트로 찾아오는 이동 도서관을 이용하는데, 이동 도서관에는 가, 나 두 코너가 마련되어 있다. 토요일에 가 코너를 이용하는 학생은 18 명, 나 코너를 이용하는 학생은 10 명, 두 코너를 모두 이용하는 학생은 7 명이라고 한다. 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 명

해설

아파트에 사는 중학생을 전체집합 U, 토요일에 이동 도서관의 가 코너를 이용하는 학생의 집합을 A, 나 코너를 이용하는 학생의 집합을 B라 하면

$n(U) = 30, n(A) = 18, n(B) = 10, n(A \cap B) = 7$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

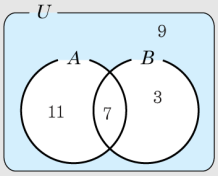
$= 18 + 10 - 7$

$= 21$

따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는

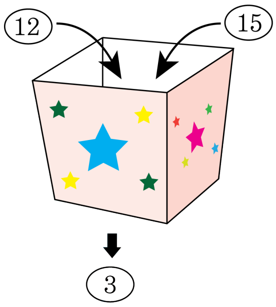
$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B)^c = 30 - 21 = 9$ (명)

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는 9 명이다.

4. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하여라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



갑 : 4, 12 을 : 15, 40 병 : 16, 40

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 갑

해설

갑) 2) 4 → 2 ; 2) 12, 2) 6 → 3   ∴ 최대공약수 : 2^2

을) 3) 15 → 5 ; 2) 40, 2) 20, 2) 10 → 5   ∴ 최대공약수 : 5

병) 2) 16, 2) 8, 2) 4 → 2 ; 2) 40, 2) 20, 2) 10 → 5   ∴ 최대공약수 : 2^3

따라서 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 갑이다.

5. 가로가 18cm, 세로가 12cm 인 직사각형 모양의 종이가 여러 장 있다. 이 종이들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형의 모양을 만들려고 한다. 직사각형 모양의 종이는 모두 몇 장이 필요한지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 장

해설

6) 18 12 → 3 2

한 변의 길이가 36 cm 인 정사각형 모양을 만들어야 하므로 $3 \times 2 = 6$ (장) 이 필요하다.

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $n(\{0\}) = 1$

② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

③ $\varnothing \in \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$

⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$
③ $\varnothing \subset \{1, 2, 3\}$
④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

7. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 30 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x$는 6의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 12의 배수$\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $A \cap B = A$

② $(A \cup B) \subset A$

③ $B \cap A^C \neq \varnothing$

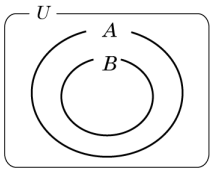
④ $A \subset B$

⑤ $A - (A \cap B) = \varnothing$

해설

$U = \{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 30\}$,
$A = \{6,\ 12,\ 18,\ 24,\ 30\}$, $B = \{12,\ 24\}$ 이다.
따라서 $B \subset A$ 이다.
따라서 ② $(A \cup B) \subset A$ 이다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

① $A \cup B = A$ ② $A \cap B = B$

③ $(A \cup B) - A = \varnothing$ ④ $(A \cap B) - B = A$

⑤ $B - A^C = B$

해설

$B \subset A$ 이므로 ④ $(A \cap B) - B = \varnothing$ 이다.

9. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 의 저울추가 각각 1 개씩 있다. 이들 저울추로 21g 의 무게를 측정하려면 저울추는 모두 몇 개가 필요한지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

21 을 이진법으로 나타내면 $10101_{(2)}$ 이다.
$10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 16 + 4 + 1$
이므로 1g, 4g, 16g 의 추가 사용된다.

10. 다음 보기 중 틀린 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 1 은 모든 자연수의 약수이다.

㉡ 소수의 약수의 개수는 2 개 미만이다.

㉢ 1 을 제외한 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.

㉣ 152 와 209 는 서로소이다.

㉤ 소수에는 2 의 배수가 없다.

[배점 4, 중중]

해설

㉡ 소수의 약수의 개수는 2 개뿐이다.
㉣ 152 와 209 의 최대공약수가 19 이므로 서로소가 아니다.
㉤ 소수에는 2 의 배수인 2 가 있다.

11. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 n의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 54의 약수$\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $A \neq B$ 이기 위한 자연수 n 의 값은 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7 개

해설

n 은 54 를 뺀 54 의 약수이므로 $1, 2, 3, 6, 9, 18, 27$ 이다. 따라서 7 개이다.

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 갯수를 구하여라.

$$B \subset A$$
$$2 \in B$$
$$n(B) = 3$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

집합 B 는 원소 2를 반드시 포함하고 원소의 갯수가 3 개인 집합 A 의 부분집합이다. 따라서 만족하는 집합 B 를 구하면
$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}$ 이고, 총 6 개이다.

13. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로
$a = 3^2 = 9$

14. $A = \{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$, $B = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$ 이다. $n(A \cap B \cap X) = 1$, $B \cup X = B$ 인 집합 X 는 모두 몇 개인가? [배점 5, 상하]

① 21 개 ② 22 개 ③ 23 개
④ 24 개 ⑤ 25 개

해설

$A \cap B = \{2,\ 4,\ 6\}$, $B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$,
즉 집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 2, 4, 6 중 어느 하나만 원소로 갖는 집합이므로
2, 4, 6 중 2 만을 원소로 가질 때 $2^3 = 8$
4, 6 만을 원소로 가질 때에도 마찬가지 이므로
집합 X 의 개수는 $8 \times 3 = 24$ (개)

15. 다음 중 서로소인 것은? [배점 5, 상하]

① $(14, 21)$ ② $(36, 72)$ ③ $(8, 90)$
④ $(11, 121)$ ⑤ $(9, 19)$

해설

서로소는 최대공약수가 1 인 두 자연수를 말하므로 $(9, 19)$ 이다.