

단원 종합 평가

1. $n(A) = 30$, $n(B) = 25$ 이고, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이므로 $A - B = A$ 이다.
 $n(A - B) = n(A) = 30$

2. 집합 A 에 대하여 $x \in A$ 이면, $5 - x \in A$ 이다. 집합 A 의 원소가 모두 자연수일 때, 가능한 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

집합 A 는 $(1, 4)$, $(2, 3)$ 의 순서쌍을 원소로 갖고
 $\emptyset$ 은 갖지 않는 집합이므로
 $2^2 - 1 = 3$ (개)

3. 10 으로 나누면 1 이 남고, 4 와 6 으로 나누면 1 이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 131

해설

$60 \times 2 + 11 = 131$

4. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $\{0\} \subset \{0, 1\}$ ㉡ $\emptyset \in \{\emptyset\}$
 ㉢ $1 \in \{1, 2\}$ ㉣ $\emptyset \subset \{\emptyset, 0\}$
 ㉤ $\{a\} \subset \{a, b\}$

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 옳다.

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 16 ② 32 ③ 56
 ④ 64 ⑤ 128

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
 전체 부분집합의 개수 : $2^6 = 64$ (개)
 홀수를 적어도 1 개 포함하는 집합의 개수는 전체 부분집합의 개수에서 홀수가 하나도 포함되지 않은 부분집합의 개수를 빼면 된다.
 $2^6 - 2^3 = 64 - 8 = 56$ (개)

6. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은? [배점 4, 중중]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{l} 6 \times x = 2 \times 3 \times x \\ 8 \times x = 2^3 \times x \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \text{①} \\ 24 \times x = 216 \\ x = 216 \div 24 = 9 \end{array}$$

7. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$, $C = \{3, 4, 9, 10\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 를 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 10\}$
 ③ $\{2, 3, 4\}$ ④ $\{2, 4, 10\}$
 ⑤ $\{2, 4, 6, 10\}$

해설

$$\begin{array}{l} A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, C = \{3, 4, 9, 10\} \\ A \cap (B \cup C) = \{2, 4, 6, 8, 10\} \cap \{1, 2, 3, 4, 9, 10\} = \{2, 4, 10\} \end{array}$$

8. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times 3^b$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{l} 216 = 2^3 \times 3^3 \\ \text{따라서 } a = 3, b = 3, c = 3 \\ a + b + c = 9 \end{array}$$

9. 504 를 자연수 a 로 나눈 값이 자연수 b 의 제곱이 될 때, $a + b$ 의 최소값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$$\begin{array}{l} \frac{504}{a} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{a} = b^2 \text{ 이므로} \\ a = 2 \times 7, 2^3 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7, 504 \text{ 가 가능하다.} \\ a = 2 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 6^2 \quad \therefore b = 6 \\ a = 2^3 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 3^2 \quad \therefore b = 3 \\ a = 2 \times 3^2 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 2^2 \quad \therefore b = 2 \\ a = 504 \text{ 일 때, } b = 1 \\ \therefore (a + b \text{의 최소값}) = 14 + 6 = 20 \end{array}$$

10. 두 자연수 p , q 의 최대공약수가 792 일 때, p , q 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 24 개

해설

$$\begin{array}{l} \text{공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 } 792 \text{ 의 약수의 개수이다.} \\ 792 = 2^3 \times 3^2 \times 11 \\ \therefore (3 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 24 \text{ (개)} \end{array}$$

11. 7로 나누면 2가 남고 12로 나누면 3이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 177

해설

7과 12의 공배수에 9를 더한 수는 7로 나누면 2가 남고, 12로 나누면 3이 모자란 수이다.

7과 12의 최소공배수 : 84

$$84 \times 2 + 9 = 177$$

12. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가

$A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,

집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4이다.

조건을 이용하면 1과 4, 2와 3은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로

집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3개의 경우가 가능하다.

13. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는

$(3+1) \times (x \text{의 지수} + 1) \times (1+1) = 16$ 으로 계산된다. $(x \text{의 지수}) + 1 = 2$ 가 되어야 한다.

그러므로 3이다.

14. 두 자연수 a, b 의 합은 216이고 최대공약수는 18이다. 이 때 ab 의 최댓값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11664

해설

$a = 18 \times n$, $b = 18 \times m$ 이라 둘 수 있다.

$$a + b = 18 \times (n + m) = 216$$

$$\rightarrow n + m = 12$$

따라서 (n, m) 이 될 수 있는 순서쌍은 $(1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (8, 4), (9, 3), (10, 2), (11, 1)$ 이다.

그런데 $ab = 18 \times 18 \times n \times m$ 이므로 ab 가 최댓값은 $n = m = 6$ 일 때이다.

$$\therefore ab \text{의 최댓값} = 11664$$

15. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{4, 8, 12, 16\}$ 에 대하여 $A * B = A - (A \cap B)$ 라 할 때, $B * (A * B)$ 의 집합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{4, 8, 12, 16\}$

해설

$$A \cap B = \{4, 8\}$$

$$A * B = \{2, 6\}$$

$$B \cap (A * B) = \emptyset$$

$$B * (A * B) = B = \{4, 8, 12, 16\}$$