

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$A = B \text{ 이므로}$$

$$a + b + c + d = 2 + 3 + 5 + 7 = 17$$

2. 두 집합 $A = \{2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
④ 6개 ⑤ 8개

해설

집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합을 구하면

$\{2, 4\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 6, 8\}$ 이고 총 4개이다.

3. 두 집합 $A = \{1, a, a + 2\}$, $B = \{a - 1, 5, 2 \times a\}$ 에 대하여 $A - B = \{3\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$$A - B = \{3\} \text{ 이므로 } 3 \in A \text{ 이다.}$$

$$(1) a = 3 \text{ 일 때, } A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 5, 6\} \text{ 이고 } A - B = \{3\} \text{ 이다.}$$

$$(2) a + 2 = 3 \text{ 일 때, } A = \{1, 3\}, B = \{0, 2, 5\} \text{ 이므로 } A - B = \{1, 3\} \text{ 이다.}$$

따라서 (1), (2)에서 $a = 3$ 이다.

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = B$ ② $B \subset A$
③ $(A \cap B) \subset A$ ④ $(A \cup B) \subset A$
⑤ $A \cup (A \cap B) = B$

해설

$$A \cup B = A \text{ 일 때, } B \subset A \text{ 이다.}$$

$$⑤ A \cup (A \cap B) = A \cup B = A$$

5. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, c, e\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합도 되고 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고 집합 B 의 부분집합도 되는 집합은 $\{a, c\}$ 의 부분집합과 같으므로 $2^2 = 4$ (개)

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
 ㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
 ㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
 ㉣ U^c 은 모든 집합의 부분집합이다.
 ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

[배점 5, 중상]

해설

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$ 이다.
 ㉡ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
 ㉢ $U^c = \emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이다.
 ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $A = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

7. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.
 (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50) 일 때, 세 수의 합이 12의 배수인 묶음의 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, $\dots$, 147 이다.
 이 중 12의 배수는 12, 24, 36, $\dots$, 144 이므로 가운데 수가 4의 배수가 되면 묶음의 합은 12의 배수가 된다.
 따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12개이다.

8. 38을 나누면 2가 남고 45를 나누면 3이 부족한 수의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 9 ② 12 ③ 12 ④ 18 ⑤ 22

해설

36과 48의 최대공약수는 12
 12의 약수 중 나머지 3보다 큰 수들의 합을 구하면 $4 + 6 + 12 = 22$ 이다.

9. 세 자연수 84, 126, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 1260일 때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 30

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, A 에서
 최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
 최소공배수는 $1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 A 는 2×3 과 5를 인수로 반드시 가져야 한다.
 따라서, 가장 작은 자연수 $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

10. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가
 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가
 질 때,
 집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4
 이다.
 조건을 이용하면 1 과 4, 2 와 3 은 반드시 동시에
 원소가 되어야 하므로
 집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3 개의
 경우가 가능하다.

11. $2^5 \times 3^2 \times 5^7 \times 7^7$ 을 계산하여 십진법으로 나타낼 때,
 마지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0 의 개수를 구
 하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 개

해설

10 의 거듭제곱이 몇 번 곱해졌는지를 구하면 된
 다.
 $2^5 \times 3^2 \times 5^7 \times 7^7 = 3^2 \times 7^7 \times 5^2 \times 10^5$ 이므로 마
 지막 자릿수부터 연속하여 나타나는 0 의 개수는
 5 개이다.

12. $n \times 5^2 \times 7^4$ 의 약수의 개수가 105 개일 때, n 의 최솟
 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 64

해설

약수의 개수는 각 인수에 1 을 더한 값의 곱이므로,
 $n = a^k$ 라 두면,
 $(k+1) \times 3 \times 5 = 105$
 $\rightarrow k+1 = 7, k = 6$
 $\therefore n$ 의 최솟값 $= 2^6 = 64$

13. 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 n 중 가장 작은 수
 를 구하여라.

- (1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다.
 (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
 (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 240

해설

(1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다. $\rightarrow n$ 은
 5 의 인수를 가진다.
 (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
 $168 = 2^3 \times 3 \times 7, 24 = 2^3 \times 3 \rightarrow n$ 은 $2^3 \times 3$ 을
 인수로 가지고 7 은 인수로 가지지 않는다.
 (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된
 다.
 $15 = 3 \times 5 \rightarrow n$ 은 인수 3, 5 의 지수가 홀수이고
 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.
 $\therefore n$ 중 가장 작은 수 $= 2^4 \times 3 \times 5 = 240$

14. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① $n(A - C) = 0$
 ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$
 ③ $n(A \cap C) = n(B)$
 ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$
 ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$
 이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

해설

$x = 3a$, $y = 8a$, $z = 10a$ 라 두면,

x, y, z 의 최대공약수 = a , 최소공배수 = $120 \times a$ 이다.

$$121 \times a = 1452 \rightarrow a = 12$$

$$\therefore x = 36, y = 96, z = 120$$

15. 자연수 x, y, z 가 $x : y : z = 3 : 8 : 10$ 을 만족하고, x, y, z 의 최대공약수와 최소공배수의 합이 1452 일 때, x, y, z 를 각각 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 36$

▷ 정답 : $y = 96$

▷ 정답 : $z = 120$