

단원 종합 평가

1. 삼각형의 세 변의 길이가 다음 보기와 같을 때 직각삼각형이 되는 것을 골라라.

- ㉠. $(1, \sqrt{2}, \sqrt{3})$
 ㉡. $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, 3)$
 ㉢. $(\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5})$
 ㉣. $(2, 3, \sqrt{3})$

[배점 2, 하중]

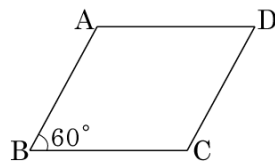
▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

$$\text{㉠. } \sqrt{3}^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2$$

2. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\angle B = 60^\circ$ 이고, 넓이가 $24\sqrt{3}$ 일 때, □ABCD 의 한 변의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

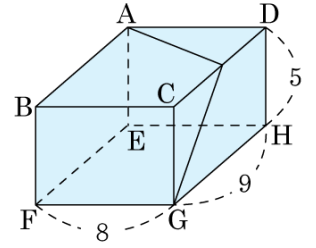
▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{3}$

해설

점 A 와 점 C 를 이으면 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $12\sqrt{3}$
 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 한 변의 길이를 a 라고 하면, 넓이는
 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 12\sqrt{3}$, $a^2 = 48$
 $\therefore a = 4\sqrt{3}$

3. 다음 그림과 같은 직육면체 모양의 상자가 있다. 점A 에서 모서리 CD 를 거쳐 점 G 에 이르는 가장 짧은 거리를 구하여라.

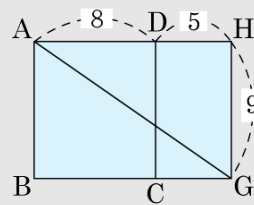


[배점 2, 하중]

▶ 답:

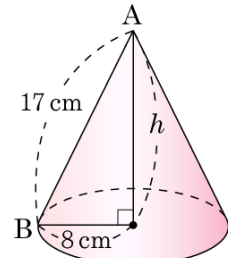
▷ 정답: $5\sqrt{10}$

해설



$$\overline{AG} = \sqrt{13^2 + 9^2} = \sqrt{169 + 81} = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}$$

4. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8 cm, 모선의 길이가 17 cm 인 원뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 높이 15 cm

▷ 정답: 부피 $320\pi \text{ cm}^3$

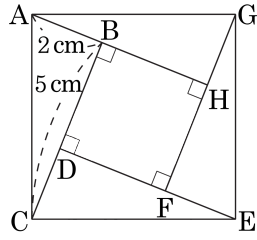
해설

높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15(\text{cm})$$

$$V = 8 \times 8 \times \pi \times 15 \times \frac{1}{3} = 320\pi(\text{cm}^3)$$

5. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 BDFH 를 만들었다. 이때, $\square ACEG$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

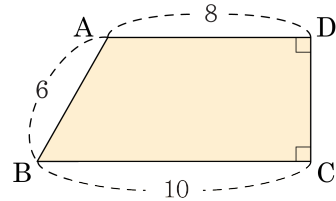
▶ 답 :

▶ 정답 : 29

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \text{ 이므로} \\ \overline{AC}^2 &= 2^2 + 5^2 = 29, \\ \overline{AC} &= \sqrt{29} \\ \therefore \square ACEG &= \sqrt{29} \times \sqrt{29} = 29\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 의 높이 $\overline{CD}$ 의 길이는?

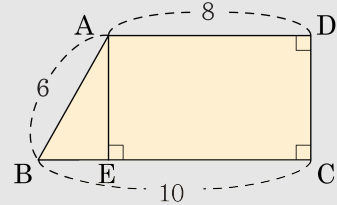


[배점 3, 하상]

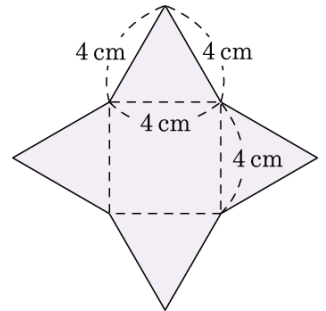
- ① $3\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$
④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{2}$

해설

그림과 같이 $\overline{DC}$ 에 평행하면서 점 A 를 지나는 직선을 긋고 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{BE} = 2$ $\triangle ABE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AE} = \sqrt{36 - 4} = 4\sqrt{2}$



7. 다음 그림과 같은 전개도로 사각뿔을 만들 때, 사각뿔의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

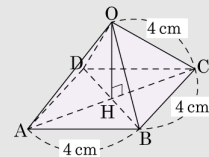


[배점 3, 하상]

▶ 답 :

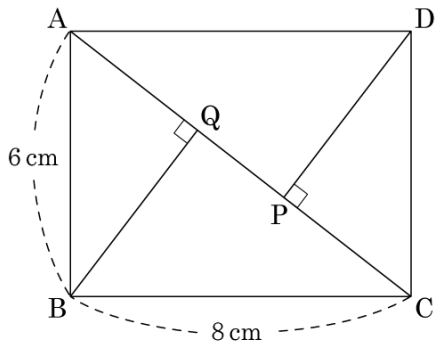
▶ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설



$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm}) \therefore \overline{AH} = 2\sqrt{2}\text{cm} \\ \triangle OAH \text{ 에서} \\ \overline{AH} &= 2\sqrt{2}\text{cm}, \overline{AO} = 4\text{cm} \text{ 이므로 } \overline{OH} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(\text{cm}) \text{ 이다.}\end{aligned}$$

8. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



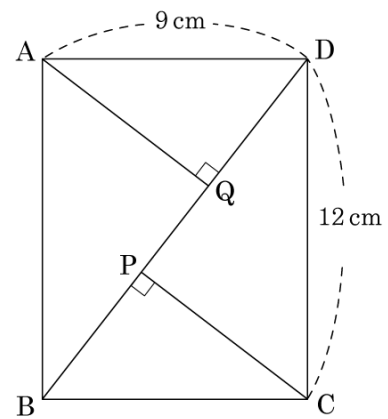
[배점 3, 하상]

- ① 2.6 cm ② 2.8 cm ③ 3.0 cm
④ 3.2 cm ⑤ 3.6 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10(\text{cm})$ 이다.
 $\triangle DCP$ 와 $\triangle ACD$ 는 닮음이다.
 $\overline{CD} : \overline{AC} = \overline{PC} : \overline{CD}$ 이므로
 $\overline{CD}^2 = \overline{CP} \times \overline{AC}$ 이다.
따라서 $\overline{PC} = 36 \div 10 = 3.6 \text{ cm}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

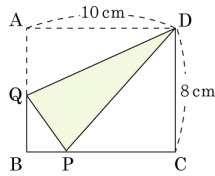
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{21}{5} \text{ cm}$

해설

$\triangle BDC$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{BP} = \overline{QD}$, $\triangle BCP$ 와 $\triangle BCD$ 는 닮음이므로
 $\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 에서
 $\overline{BC}^2 = \overline{BP} \times \overline{BD}$ 이므로 $\overline{BP} = \frac{81}{15} = \frac{27}{5}(\text{cm})$
이다.
따라서 $\overline{PQ} = 15 - \frac{27}{5} - \frac{27}{5} = \frac{21}{5}(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 각각 10cm, 8cm인 직사각형을 꼭짓점 A가 BC 위의 점 P에 오도록 접었다. 이 때, $\triangle DQP$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

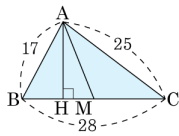
▶ 답 :

▶ 정답 : 25 cm^2

해설

$\triangle DPC$ 에서 $\overline{PC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$
 $\overline{AQ}$ 를 x 라고 하면, $\triangle QBP$ 에서 $\overline{QB} = 8 - x$,
 $\overline{BP} = 4$, $\overline{QP} = x$, $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$, $x = 5$
 $\overline{QP} = 5\text{cm}$, $\overline{DP} = 10\text{cm}$, $\triangle QPD = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25\text{cm}^2$

11. 다음 그림에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이고 $\overline{AB} = 17$, $\overline{BC} = 28$, $\overline{CA} = 25$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

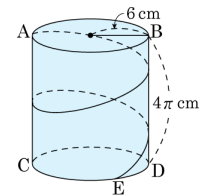
▶ 답 :

▶ 정답 : $3\sqrt{29}$

해설

$\overline{BH} = x$ 이면 $\overline{HC} = 28 - x$
 $\overline{AH}^2 = 17^2 - x^2 = 25^2 - (28 - x)^2$
 $56x = 448$, $x = 8$
 $\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$
 $\overline{HM} = \left(\frac{1}{2} \times 28\right) - 8 = 6$
 $\therefore \overline{AM} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2} = \sqrt{261} = 3\sqrt{29}$

12. 다음 원기둥의 점 A에서 출발하여 모선 BD를 두 번 지난 후, $\widehat{CD}$ 를 2:1로 나누는 점 E로 가는 최단거리를 구하여라.

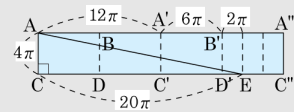


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

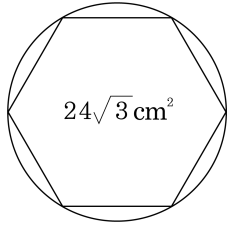
▶ 정답 : $4\sqrt{26}\pi\text{ cm}$

해설



$\overline{AE}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CE}^2$
 $= (4\pi)^2 + (20\pi)^2 = 416\pi^2$
 $\therefore \overline{AE} = 4\sqrt{26}\pi(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 넓이가 $24\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정육각형이 원에 내접하고 있다. 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4 cm

해설

정육각형을 정삼각형 6 개로 나누면 한 개의 넓이는 $24\sqrt{3} \div 6 = 4\sqrt{3}\text{cm}^2$ 이다.

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}, a^2 = 16$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 4(\text{cm})$$

14. 세 점 A(1, -2), B(3, 2), C(0, 3) 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 예각삼각형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-3)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20}$$

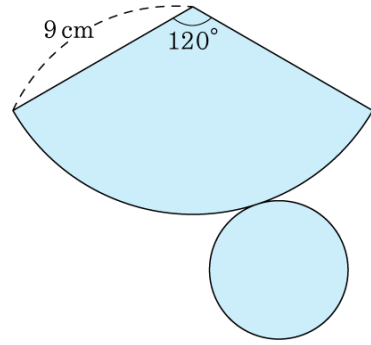
$$\overline{BC} = \sqrt{(3-0)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1-0)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{26}$$

$$(\sqrt{26})^2 < (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{20})^2$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

15. 다음 전개도로 만든 원뿔의 높이와 부피를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 높이 = $6\sqrt{2}\text{cm}$

▷ 정답: 부피 = $18\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$

해설

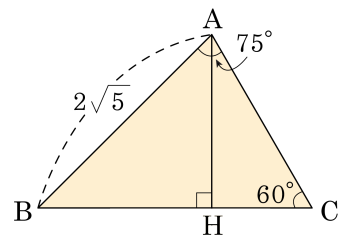
밑면의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$r = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$$

$$(\text{원뿔의 높이}) = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}\pi(\text{cm}^3)$$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 75^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

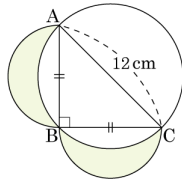
▶ 답:

▷ 정답: $6 + 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\angle BAH &= 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ = \angle HBA \\ \overline{AH} &= \overline{BH} = 2\sqrt{3}, \overline{HC} = 2, \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = \\ &= 2\sqrt{3} + 2 \\ \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3} + 2) \times 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각이등변 삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

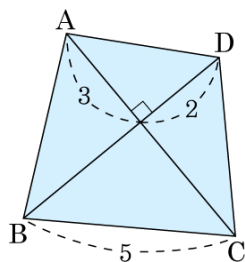
▶ 정답 : 36 cm^2

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$
어두운 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같으므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면 $6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 72 \times \frac{1}{2} = 36(\text{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 의 값은?

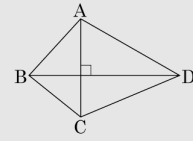
[배점 4, 중중]



① 34 ② 35 ③ 36

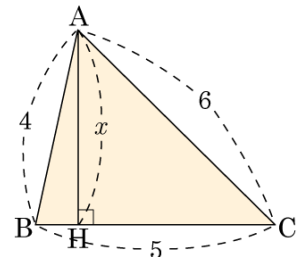
④ 37 ⑤ 38

해설



대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$
 $\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$
 $\therefore \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = (\sqrt{13})^2 + 5^2 = 38$

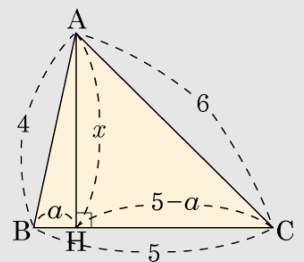
19. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 4, 5, 6 인 삼각형 ABC 의 높이 x 는?



[배점 4, 중중]

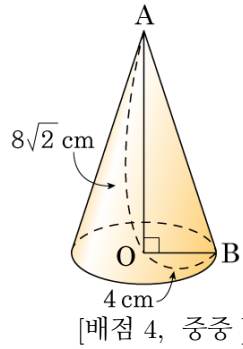
- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ $3\sqrt{7}$
④ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설



$$\begin{aligned}\overline{BH} &= a \text{ 라 두면 } \overline{CH} = 5 - a \\ 4^2 - a^2 &= 6^2 - (5 - a)^2, \quad \therefore a = \frac{1}{2} \\ \therefore \overline{AH} &= \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{63}{4}} = \frac{3\sqrt{7}}{2}\end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4cm, 높이가 $8\sqrt{2}$ cm 인 원뿔을 전개했을 때, 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.

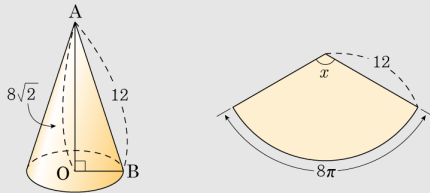


▶ 답 :

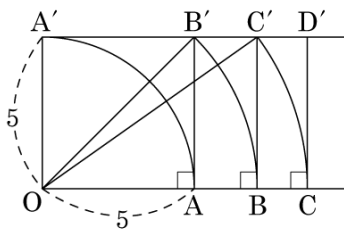
▷ 정답 : 120°

해설

$$x = 360^\circ \times \frac{l}{2\pi r} = 360^\circ \times \frac{8\pi}{2\pi \times 12} = 120^\circ$$



21. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



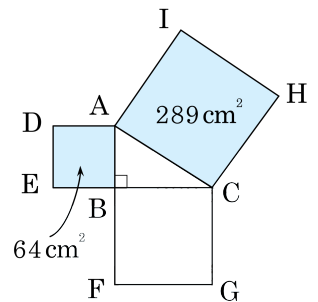
[배점 4, 중중]

- ① $3\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$
 ③ $5\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ ④ $10\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$
 ⑤ $5\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{OB} &= \overline{OB'} = 5\sqrt{2} \\ \overline{OC} &= \overline{OC'} = \sqrt{(\overline{OB})^2 + (\overline{BC'})^2} = \\ &= \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 5^2} = 5\sqrt{3} \\ \therefore \overline{BC} &= \overline{OC} - \overline{OB} = 5\sqrt{3} - 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

22. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 세 변 위에 정사각형 ADEB, BFGC, ACHI 를 만들었다. $\square ADEB$ 의 넓이가 64cm^2 이고 $\square ACHI$ 의 넓이가 289cm^2 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 cm

해설

$$\begin{aligned} \square BFGC \text{의 넓이는 } 289 - 64 &= 225(\text{cm}^2), \\ \square BFGC \text{는 정사각형이므로 } \overline{BC} &= \sqrt{225} = \\ &= 15(\text{cm}) \end{aligned}$$

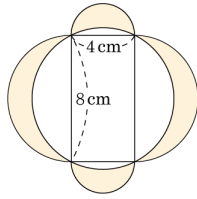
23. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{AC} = b$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\angle B = 120^\circ$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$
 ② $\angle C = 90^\circ$ 이면 $c^2 = a^2 + b^2$
 ③ $\angle A = 90^\circ$ 이면 $a^2 = b^2 + c^2$
 ④ $\angle B = 90^\circ$ 이면 $b^2 = a^2 + c^2$
 ⑤ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 $\angle C > 90^\circ$ 이다.

해설

⑤ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 $\angle C < 90^\circ$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

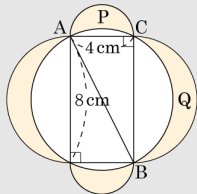


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32 cm^2

해설



색칠한 부분 P + Q 의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.

$$\therefore 4 \times 8 = 32 (\text{cm}^2)$$

25. 세 점 $A(2, 5)$, $B(3, 2)$, $C(a, 0)$ 으로 이루어지는 $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

(단, 빗변은 $\overline{AC}$ 이다.)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(3-a)^2 + 2^2}$ 이고,

$\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-a)^2 + 5^2}$ 이다. $\overline{AC}$ 가 빗변이므로

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2, a^2 - 4a + 29 = 10 + a^2 - 6a + 13, 2a = -6, a = -3 \text{ 이다.}$$