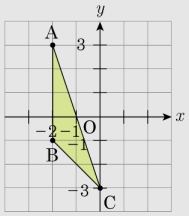
단원 종합 평가

1. 세 점 A$(-2,\ 3)$, B$(-2, -1)$, C$(0, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

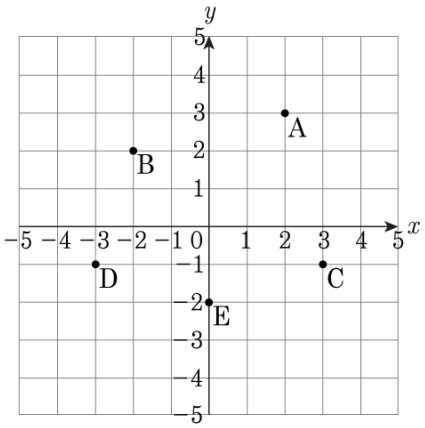
▷ 정답 : 4

해설



삼각형 ABC 는 밑변 $(\overline{AB})$ 의 길이가 4,
높이가 2 이다.
(삼각형 ABC 의 넓이)$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$

2. 다음 중 아래 좌표평면 위의 점의 좌표를 잘못 나타낸 것은?



[배점 3, 중하]

① A$(3,\ 2)$ ② B$(-2,\ 2)$

③ C$(3,\ -1)$ ④ D$(-3,\ -1)$

⑤ E$(0,\ -2)$

해설

① A $(3,\ 2)$ 를 바르게 고치면 A $(2,\ 3)$ 이다.

3. 함수 $y = ax\ (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $a > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가하는 증가함수이다.

② $a < 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 는 감소하는 감소함수이다.

③ 항상 원점을 지난다.

④ $f(1) + f(-1) = 0$ 이다.

⑤ 항상 오른쪽 위로 향한다.

해설

⑤ $a > 0$ 일 때, 오른쪽 위로 향하고 $a < 0$ 일 때, 왼쪽 위로 향한다.

4. y 가 x 에 반비례할 때, ㉠ × ㉡ × ㉢ 의 값은?

x	-6	-5	-4	-3	-2	⋯
y	㉠	$\frac{2}{5}$	㉡	㉢	1	⋯

[배점 4, 중중]

① 2 ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{9}$

④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq 0)$에 $x=-2$, $y=1$ 을 대입하면

$1=\frac{a}{-2}$, $a=-2$, $y=-\frac{2}{x}$

$x=-6$ 일 때, ㉠ $=\frac{-2}{-6}=\frac{1}{3}$

$x=-4$ 일 때, ㉡ $=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$

$x=-3$ 일 때, ㉢ $=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$

$\therefore$ ㉠ $\times$ ㉡ $\times$ ㉢ $=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{9}$

5. 집합 $X=\{x|x$는 4 이하의 자연수$\}$, $Y=\{a,\ b\}$ 에서 (X 의 원소, Y 의 원소)로 이루어지는 순서쌍은 모두 몇 개인지 고르면? [배점 4, 중중]

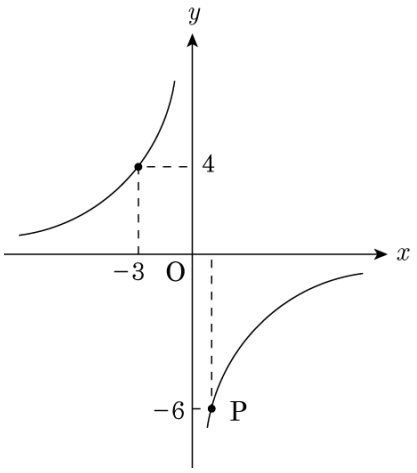
① 7개 ② 8개 ③ 9개

④ 10개 ⑤ 6개

해설

$(1,\ a)$, $(1,\ b)$, $(2,\ a)$, $(2,\ b)$, $(3,\ a)$, $(3,\ b)$, $(4,\ a)$, $(4,\ b)$ 의 8 개

6. 함수 $y=\frac{a}{x}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 점 P 의 x 좌표를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y=\frac{a}{x}$가 점 $(-3,4)$를 지나므로 $4=\frac{a}{-3}$, $a=-12$이다.

점 P 의 y좌표가 -6이므로 $-6=-\frac{12}{x}$, $x=2$ 이다.

7. 함수 $f(x)=x+2a$ 에 대하여 $f(-1)=5$, $f(b)=0$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

① -15 ② -16 ③ -17

④ -18 ⑤ -19

해설

$f(x)=x+2a$ 에서 $f(-1)=5$ 이므로 $-1+2a=5$ 이다.

$2a=6 \quad \therefore\ a=3$

$f(x)=x+6$ 에서 $f(b)=0$ 이므로

$b+6=0 \quad \therefore\ b=-6$

$\therefore\ ab=3\times(-6)=-18$

8. 함수 $f(x)=\frac{2}{3}x$ 의 정의역이 $X=\{x\mid |x|<3$인 정수$\}$ 이고, 공역이 $Y=\{y\mid |y|<2$인 유리수$\}$ 이고, 치역을 Z 라 할 때, 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $n(X)=5$

㉡ $f(3)=2$

㉢ Y 는 무한집합

㉣ $Z=\left\{-\frac{4}{3},-\frac{2}{3},0,\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right\}$

㉤ $|f(-2)|=f(2)$

㉥ $Z\not\subset Y$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉥

해설

$f(x)=\frac{2}{3}x$

정의역 $X=\{-2,-1,0,1,2\}$ 이므로

$f(-2)=-\frac{4}{3},\ f(-1)=-\frac{2}{3},$

$f(0)=0,\ f(1)=\frac{2}{3},\ f(2)=\frac{4}{3}$

㉡ 함숫값 $f(3)$ 은 존재하지 않는다.

㉥ $Z\subset Y$

9. 정의역이 $\left\{0,\frac{1}{4},\frac{1}{2},1\right\}$ 인 함수 $y=8x$ 의 공역이 될 수 있는 집합을 골라라. [배점 5, 중상]

① $\{x|x$는 10 이하의 짝수$\}$

② $\{x|x$는 8의 약수$\}$

③ $\{x|x$는 $0\le x\le 10$인 정수$\}$

④ $\{x|x$는 10보다 작은 짝수$\}$

⑤ $\{x|x$는 2의 배수$\}$

해설

공역은 치역의 원소를 모두 포함하는 집합이어야 한다.

$y=8x$ 에서

$f(0)=0,\ f\left(\frac{1}{4}\right)=2,\ f\left(\frac{1}{2}\right)=4,\ f(1)=8$

이므로 치역은 $\{0,\ 2,\ 4,\ 8\}$ 이다.

① $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$

② $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

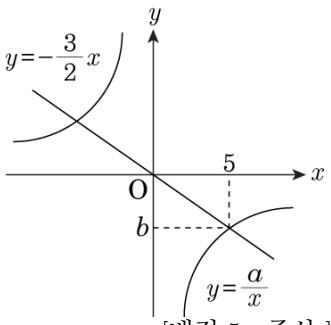
③ $\{0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 10\}$

④ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

⑤ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\cdots\}$

따라서 치역의 원소 0, 2, 4, 8이 모두 포함되어 있는 집합은 $\{x|x$는 $0\le x\le 10\}$ 인 정수$\}$이다.

10. 두 함수 $y=-\frac{2}{3}x$ 와 $y=\frac{a}{x}$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(5,\ b)$ 에서 만날 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$y=-\frac{2}{3}x$ 에 $x=5,\ y=b$ 를 대입하면

$b=-\frac{2}{3}\times 5,\ b=-\frac{10}{3}$

점 $\left(5,\ -\frac{10}{3}\right)$ 은 $y=\frac{a}{x}$ 의그래프위의점이므로

$a=5\times\left(-\frac{10}{3}\right)=-\frac{50}{3}$

$\therefore\ \frac{a}{b}=\left(-\frac{50}{3}\right)\div\left(-\frac{10}{3}\right)=5$

11. 다음 조건을 모두 만족하는 함수에 대하여 $3m-n$ 의 값을 구하여라.

ㄱ. 세 점 $(4,\ -24),\ (m,\ -8),\ \left(-\frac{2}{3},\ n\right)$ 을 지난다.
ㄴ. 원점을 지나는 직선이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

원점을 지나는 직선이므로 $y=ax$ 의 함수식을 이용한다.

세 점 $(4,\ -24),\ (m,\ -8),\ \left(-\frac{2}{3},\ n\right)$ 이 주어졌으므로 대입하면

$4a=-24$, $a=-6$ 이다.

따라서 주어진 함수식은 $y=-6x$ 이다.

또 다른 점 $(m,\ -8),\ \left(-\frac{2}{3},\ n\right)$ 을 대입하면

i) $(m,-8)$ 을 대입하면 $-6m=-8, m=\frac{4}{3}$ 이다.

ii) $(-\frac{2}{3},n)$ 을 대입하면 $-6\times(-\frac{2}{3})=4=n$ 이다.

따라서 $3m-n=3\times\frac{4}{3}-4=4-4=0$ 이다.

12. y 는 x 에 정비례하고 $x=3$ 일 때 $y=12$ 이다. 또 z 는 y 에 정비례하고, $y=2$ 일 때 $z=-4$ 이다. $x=1$ 일 때, z 의 값을 구하면? [배점 5, 상하]

① 4 ② −4 ③ 8 ④ −8 ⑤ −2

해설

y 는 x 에 정비례하므로 $y=ax$

$x=3,\ y=12$ 를 대입하면 $a=4$ 이다.

따라서 $y=4x$ 이다.

z 도 y 에 정비례하므로 $z=by$

$y=2$, $z=-4$ 를 대입하면 $b=-2$이다.

따라서$z=-2y$ 이다.

따라서 $x=1$ 일 때 $y=4\times 1=4$, $y=4$ 일 때, $z=(-2)\times 4=-8$ 이다.

13. X $= \{4, 5, 6\}$, Y $= \{4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 보기에서 X 에서 Y 로의 다음 관계 중에서 y 가 x 의 함수인 것의 개수는?

보기

㉠ $x + y =$ (5의 배수)

㉡ $2x = y$

㉢ $xy =$ 홀수

㉣ $y =$ (x의 배수)

㉤ $y =$ (x보다 큰 자연수)

[배점 5, 상하]

① 1 개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

두 변수 x, y 에 대해 x 값이 하나로 결정됨에 따라 y 값도 결정될 때 함수라 한다.

즉, x 값 하나에 y 값도 하나로 결정되어야 한다.

㉠ $x = 4$ 일 때 $y = 6$, $x = 5$ 일 때 $y = 5$, $x = 6$ 일 때 $y = 4$ 이므로 함수이다.

㉡ $x = 4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

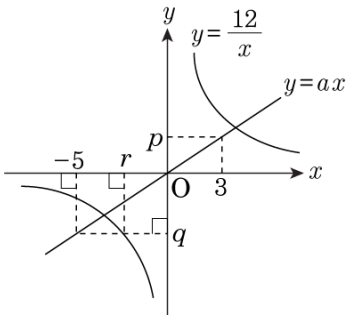
㉢ $x = 4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉣ $x = 4$ 일 때 $y = 4$, $x = 5$ 일 때 $y = 5$, $x = 6$ 일 때 $y = 6$ 이므로 함수이다.

㉤ $x = 4$ 일 때 y 의 값이 5, 6 두 개이므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㉠, ㉣ 2 개다.

14. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = ax$ 와 $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프가 점 $(3,\ p)$ 에서 만날 때, $p - 3q + 30r$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : −30

해설

$y = \frac{12}{x}$ 에 $x = 3$, $y = p$ 를 대입하면 $p = \frac{12}{3} = 4$

점 $(3,\ 4)$ 는 함수 $y = ax$ 의 그래프 위의 점이므로

$4 = 3a$, $a = \frac{4}{3}$ $\therefore y = \frac{4}{3}x$

점$(-5,\ q)$ 가 함수 $y = \frac{4}{3}x$ 의 그래프 위의 점이므로 $q = \frac{4}{3} \times (-5) = -\frac{20}{3}$

점$\left(r,\ -\frac{20}{3}\right)$ 가 함수 $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프 위의 점이므로 $-\frac{20}{3} = \frac{12}{r}$, $r = -\frac{9}{5}$

$\therefore p - 3q + 30r = 4 + 20 - 54 = -30$

15. 함수 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, $\cdots$ 로 정의한다. 이 때, $f^{99}(-\frac{1}{2})$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : −3

해설

$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3},\ f^2(-\frac{1}{2}) = f(\frac{1}{3}) = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = 2,\ f^3(-\frac{1}{2}) = f(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$

$f^4(-\frac{1}{2}) = f(-3) = \frac{1-3}{1+3} = -\frac{1}{2},\ \cdots$

$f^n(-\frac{1}{2})$ 는 $\frac{1}{3}, 2, -3-\frac{1}{2}$ 의 값을 순환한다.

$99 \div 4 = 24 \cdots 3$ 이므로

$\therefore f^{99}(-\frac{1}{2}) = f^3(-\frac{1}{2}) = -3$