단원 종합 평가

1. 다음 중 x 와 y 사이의 관계식이 옳지 않은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① 밑변의 길이가 $x$cm , 높이가 $y$cm 인 삼각형의 넓이는 16cm^2 이다. $\rightarrow y=\frac{32}{x}$

② 시속 $x$km 의 속력으로 2km 를 가는데 걸린 시간은 y 시간이다. $\rightarrow y=\frac{2}{x}$

③ 들이가 50L 인 물통에 매분 2L 씩 물을 넣을 때, x 분 후의 물의 양은 yL 이다. $\rightarrow y=2x$

④ 한 장에 50원인 색종이를 x 장 사고 10000원을 냈을 때의 거스름돈은 y 원이다. $\rightarrow$ $y=10000-50x$

⑤ 80개의 사과를 x 명의 학생이 나누어 가질 때, 한 사람이 갖는 사과의 개수는 y 개이다. $\rightarrow$ $y=\frac{1}{80}x$

해설

⑤ $y=\frac{80}{x}$

2. 함수 $y=ax\ (a\neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $a>0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가하는 증가함수이다.

② $a<0$ 일 때, x 가 증가하면 y 는 감소하는 감소함수이다.

③ 항상 원점을 지난다.

④ $f(1)+f(-1)=0$ 이다.

⑤ 항상 오른쪽 위로 향한다.

해설

⑤ $a>0$ 일 때, 오른쪽 위로 향하고 $a<0$ 일 때, 왼쪽 위로 향한다.

3. x 값에 대한 y 의 값이 아래의 표와 같을 때, 다음 설명 중 옳은 것은?

x	-2	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	b
y	a	-1	-3	-12

[배점 4, 중중]

① y 는 x 에 반비례한다.

② x 와 y 의 관계식은 $y=-\frac{1}{6x}$ 이다.

③ $a=\frac{1}{12}$

④ $b=-2$

⑤ x 에 대한 y 의 비의 값이 -6 으로 항상 일정하다.

해설

$x=\frac{1}{6}$ 일 때 $y=-1$
$x=\frac{1}{2}$ 일 때 $y=-3$
$\therefore y=-6x$
① y 는 x 에 정비례
② x 와 y 의 관계식은 $y=-6x$
③ $a=-6\times(-2)=12$
④ $-12=-6b,\ b=2$
⑤ x 에 대한 y 의 비의 값 $\frac{y}{x}=-6$

4. 두 함수 $f(x)=-\frac{3x}{2}+3$, g(x) = 2x − 3 에 대하여 $f(2)=a$, g(1) = b 일 때, $\frac{3a-5b}{5}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$f(2)=-\frac{3\times 2}{2}+3=0=a$
$\text{g}(1)=2\times 1-3=-1=\text{b}$
$\therefore \frac{3a-5b}{5}=\frac{3\times 0-5\times(-1)}{5}=1$

5. 함수 $y=-\frac{15}{x}$ 에서 x, y 의 값의 범위가 0 이 아닌 수 전체일 때, $(x,\ y)$ 의 순서쌍의 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하면? [배점 4, 중중]

① 2 개 ② 4 개 ③ 5 개

④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

x , y 값이 정수일 때 x 가 15 의 약수이므로 1 ,3 ,5 ,15 의 4 개, 음의 정수도 있으므로 총 8 개 이다.

6. 인호는 다음 문제를 푸는데 정비례를 반비례로 잘못 읽어서 y 의 값을 8 로 얻었다. 올바른 y 값을 구하면?

> y 가 x 에 정비례하고, $x=2$ 일 때, $y=-4$ 이다.
> $x=m$ 일 때, y 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

① -8 ② -2 ③ 2 ④ 8 ⑤ 16

해설

i) 잘못 읽었을 때 y 가 x 에 반비례 하므로 $y=\frac{a}{x}$

$x=2,\ y=-4$를 대입하면

$\frac{a}{2}=-4,\ a=-8 \therefore$ 관계식은 $y=-\frac{8}{x}$

$y=8$을 얻었으므로 $8=-\frac{8}{x}$에서 $x=-1$ 따라서 $m=-1$ 이다.

ii) 올바르게 읽었을 때 y 는 x 에 정비례 하므로

$y=ax$에 $(2,\ -4)$ 를 대입하면

$2a=-4,\ a=-2 \therefore$ 관계식은 $y=-2x$

$m=-1$ 이므로 x 값에 대입하면 $y=(-2)\times(-1)=2 \ \therefore y=2$

7. y가 x에 정비례하는 것을 2 개 찾으면? [배점 5, 중상]

① 20 L 들이 물통에 매분 x L 씩 물을 넣을 때 물이 가득 찰 때까지 걸린 시간은 y분이다.

② 톱니의 수가 20 개, 30 개인 톱니바퀴 A, B가 서로 맞물려 돌고 있다. A가 x번 회전 할 때, B는 y 번 회전한다.

③ 가로의 길이가 x cm 이고 세로의 길이가 y cm 인 직사각형의 넓이는 20 이다.

④ 30 km 의 거리를 시속 x km 로 달릴 때, 걸리는 시간은 y분이다.

⑤ 농도 3% 인 소금물 x g 중에 들어있는 소금의 양은 y g 이다.

해설

㉠ $y=\frac{20}{x}$: 반비례

㉡ $20x=30y\ y=\frac{2}{3}x$: 정비례

㉢ $xy=20,\ y=\frac{20}{x}$: 반비례

㉣ $y=\frac{30}{x}$: 반비례

㉤ $y=\frac{3}{100}x$: 정비례

8. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C 에 대하여 $A(2a-1,-7)$, $B(5,3+2b)$ 는 y 축에 대하여 서로 대칭이고 $C(a-1,b+6)$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

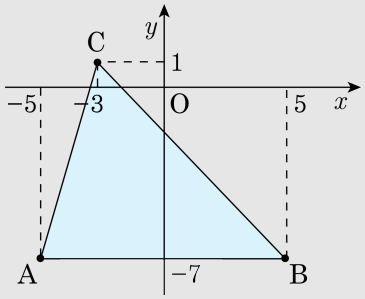
점 A$(2a-1,-7)$ 과 점 B$(5,3+2b)$ 가 y 축에 대하여 서로 대칭이므로

$2a-1=-5,\ 2a=-4,\ a=-2$

$-7=3+2b,\ 2b=-10,\ b=-5$

따라서, 점 C의 좌표는 $(-3,1)$ 이다.

세 점 A, B, C 를 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 8=40$

9. 좌표평면 위의 네 점 A$(0,\ 0)$, B$(-2,\ 8)$, C$(-7,\ 8)$, D$(-7,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 함수 $y=ax$ 의 그래프가 이등분할 때, a의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

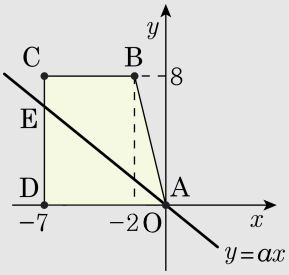
▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{48}{49}$

해설

사다리꼴 ABCD 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(7+5)\times 8=48$ 이다.

$y=ax$ 와 선분 CD 가 만나는 점을 점 E 라 할 때, 점 E 의 x 좌표는 -7이므로 점 E$(-7,\ -7a)$ 이다.



$\triangle ADE=\frac{1}{2}\times 7\times|-7a|=\frac{49}{2}|a|$

$\frac{49}{2}|a|=\frac{1}{2}\times 48$

$\frac{49}{2}|a|=24$

$\therefore\ a=-\frac{48}{49}(\because a<0)$

10. y 는 x 에 정비례하고 $x=3$ 일 때 $y=12$ 이다. 또 z 는 y 에 정비례하고, $y=2$ 일 때 $z=-4$ 이다. $x=1$ 일 때, z 의 값을 구하면? [배점 5, 상하]

① 4 ② −4 ③ 8 ④ −8 ⑤ −2

해설

y 는 x 에 정비례하므로 $y=ax$

$x=3,\ y=12$ 를 대입하면 $a=4$ 이다.

따라서 $y=4x$ 이다.

z 도 y 에 정비례하므로 $z=by$

$y=2$, $z=-4$ 를 대입하면 $b=-2$이다.

따라서$z=-2y$ 이다.

따라서 $x=1$ 일 때 $y=4\times 1=4$, $y=4$ 일 때, $z=(-2)\times 4=-8$ 이다.

11. X $= \{4, 5, 6\}$, Y $= \{4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 보기에서 X 에서 Y 로의 다음 관계 중에서 y 가 x 의 함수인 것의 개수는?

보기

㉠ $x + y =$ (5의 배수)

㉡ $2x = y$

㉢ $xy =$ 홀수

㉣ $y =$ (x의 배수)

㉤ $y =$ (x보다 큰 자연수)

[배점 5, 상하]

① 1 개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

두 변수 x, y 에 대해 x 값이 하나로 결정됨에 따라 y 값도 결정될 때 함수라 한다.

즉, x 값 하나에 y 값도 하나로 결정되어야 한다.

㉠ $x = 4$ 일 때 $y = 6$, $x = 5$ 일 때 $y = 5$, $x = 6$ 일 때 $y = 4$ 이므로 함수이다.

㉡ $x = 4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉢ $x = 4$ 일 때 값이 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

㉣ $x = 4$ 일 때 $y = 4$, $x = 5$ 일 때 $y = 5$, $x = 6$ 일 때 $y = 6$ 이므로 함수이다.

㉤ $x = 4$ 일 때 y 의 값이 5, 6 두 개이므로 함수가 아니다.

따라서 함수인 것은 ㉠, ㉣ 2 개다.

12. 네 점 A$(-1,\ 4)$, B$(-4,\ -2)$, C$(1,\ -2)$, D$(3,\ 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이를 구하여라.

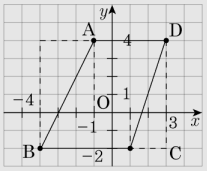
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

네 점을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



(□ABCD 의 넓이)

$= 7 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 6 - \frac{1}{2} \times 3 \times 6$

$= 42 - 6 - 9 = 27$

13. y 는 x 에 비례하고, z 는 y 에 반비례하는 x, y, z 에 대하여 $z = \frac{1}{9}$ 일 때, $y = 3$, $x = \frac{3}{2}$ 이다. $x = 4$ 일 때, $y - 24z$ 의 값을 구하시오. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

비례 상수를 각각 a, b 라 하면 $y = ax, z = \frac{b}{y}$

$z = \frac{1}{9}$ 일 때, $y = 3, x = \frac{3}{2}$ 이므로

$\frac{1}{9} = \frac{b}{3},\ 3 = \frac{3}{2}a$

$\therefore\ a = 2,\ b = \frac{1}{3}$

따라서 $y = 2x,\ z = \frac{1}{3y}$

$x = 4$ 일 때, $y = 8,\ z = \frac{1}{24}$

$\therefore y - 24z = 8 - 24 \times \frac{1}{24} = 7$

14. 함수 $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ 에 대하여, $f^2(x)=f(f(x))=\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}$, $f^3(x)=f(f^2(x))=\dfrac{1+f^2(x)}{1-f^2(x)}$, $\cdots$ 로 정의한다. 이 때, $f^{99}(-\dfrac{1}{2})$ 의 값을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(-\dfrac{1}{2})=\dfrac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{3}$, $f^2(-\dfrac{1}{2})=f(\dfrac{1}{3})=\dfrac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=2$, $f^3(-\dfrac{1}{2})=f(2)=\dfrac{1+2}{1-2}=-3$

$f^4(-\dfrac{1}{2})=f(-3)=\dfrac{1-3}{1+3}=-\dfrac{1}{2}$, $\cdots$

$f^n(-\dfrac{1}{2})$ 는 $\dfrac{1}{3}, 2, -3-\dfrac{1}{2}$ 의 값을 순환한다.

$99\div 4=24\cdots 3$ 이므로

$\therefore f^{99}(-\dfrac{1}{2})=f^3(-\dfrac{1}{2})=-3$