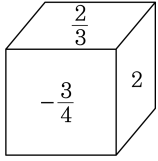


단원 형성 평가

1. 다음 그림의 주사위에서 마주 보는 면에 있는 두 수의 합은 0 이다. 이 때, 보이지 않는 세 면에 있는 수의 곱을 구하여라.



[배점 3, 중하]

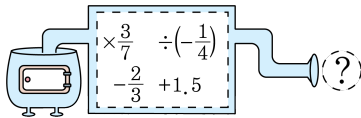
▶ 답 :

▶ 정답 : +1

해설

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \times (-2) \times \frac{3}{4} = 1$$

2. 다음과 같이 기계 안으로 들어간 숫자는 연산의 순서에 상관없이 기계 안의 모든 연산을 거쳐 계산 결과가 나온다. 7 을 기계에 통과시켰을 때에 밖으로 나올 수 있는 결과 중 가장 큰 값을 갖도록 식을 만들고, 그 계산의 결과를 구하여라. (단, 괄호는 사용하지 않는다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{433}{42}$

해설

주어진 수가 7, $\times \frac{3}{7}$, $\div \left(-\frac{1}{4}\right)$, $-\frac{2}{3}$, $+1.5$ 이고, 가장 큰 값을 만들기 위해서는 다음과 같은 식을 세워야 한다.

$$\begin{aligned} & 7 + 1.5 \times \frac{3}{7} - \frac{2}{3} \div \left(-\frac{1}{4}\right) \\ &= 7 + \frac{3}{2} \times \frac{3}{7} - \frac{2}{3} \times (-4) \\ &= 7 + \frac{9}{14} + \frac{8}{3} \\ &= \frac{294 + 27 + 112}{42} \\ &= \frac{433}{42} \end{aligned}$$

3. 다음 중 두 수 a, b 에 대하여 $a < 0, b > 0$ 일 때, 항상 참인 것은? [배점 4, 중중]

- ① $a + b < 0$ ② $a^2 - b > 0$
 ③ $a + 2b < 0$ ④ $a + b^2 > 0$
 ⑤ $b - a > 0$

해설

- ① 반례 : $a = -1, b = 2$
 ② 반례 : $a = -1, b = 2$
 ③ 반례 : $a = -1, b = 2$
 ④ 반례 : $a = -5, b = 2$

4. 아래 표는 우리나라 각 지역의 겨울 어느 날의 최고기온과 최저기온을 나타낸 것이다. 기온차이가 가장 큰 지역은?

기온 \ 지역	서울	부산	대구	대관령	제천
최고기온(℃)	-1	3.3	2	-4.4	-2.2
최저기온(℃)	-8.8	-4.6	-5	-15.9	-14.6

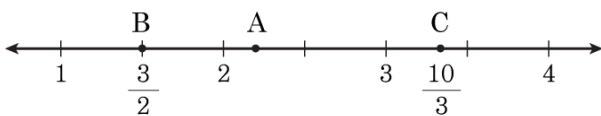
[배점 4, 중중]

- ① 서울 ② 부산 ③ 대구
④ 대관령 ⑤ 제천

해설

서울 : $-1 - (-8.8) = 7.8$
부산 : $3.3 - (-4.6) = 7.9$
대구 : $2 - (-5) = 7$
대관령 : $-4.4 - (-15.9) = 11.5$
제천 : $-2.2 - (-14.6) = 12.4$

5. 다음 수직선 위의 점 A 가 나타내는 수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때 $a+b$ 의 값을 구하면? (단, 점 A 는 두 점 B, C 사이의 거리를 3 : 5 로 나눈 점이고 a, b 는 서로 소인 정수이다.)



[배점 4, 중중]

- ① 19 ② 43 ③ 51
④ 53 ⑤ 103

해설

두 점 B 와 C 사이의 거리는 $\frac{10}{3} - \frac{3}{2} = \frac{11}{6}$
두 점 B 와 A 사이의 거리는 $\frac{11}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{11}{16}$
따라서 점 A 에 대응하는 수는 $\frac{3}{2} + \frac{11}{16} = \frac{35}{16} = \frac{a}{b}$
 $\therefore a + b = 35 + 16 = 51$

6. $x < y < 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

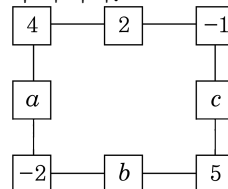
[배점 5, 중상]

- ① $|x| > y$ ② $|x| > |y|$ ③ $|y| > 0$
④ $|y| > x$ ⑤ $|x| < |y|$

해설

수직선 위에서 음수에 대응하는 점들은 원점에서 멀어질수록 크기가 작아진다.
즉 두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작다.
따라서 $|x| > 0$, $|y| > 0$, $|x| > |y|$, $|y| > x$ 는 모두 성립한다.

7. 아래 그림에서 가로, 세로에 놓인 세 수의 곱이 모두 같게 되는 유리수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{17}{5}$

해설

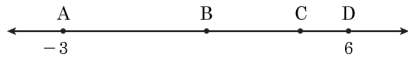
$$4 \times 2 \times (-1) = -8, 4 \times a \times (-2) = -8 \text{에서 } a = 1$$

$$(-2) \times b \times 5 = -8 \text{에서 } b = \frac{4}{5}$$

$$(-1) \times c \times 5 = -8 \text{에서 } c = \frac{8}{5}$$

따라서 $a + b + c = \frac{17}{5}$

8. 다음 수직선 위의 점 B, C에 대응하는 수를 각각 구하여 그 합을 써라.
(단, 점 B, C는 $\overline{AD}$ 를 3:2:1로 나누는 점이다)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

A에서 D까지는 9칸이고, 3:2:1로 나누므로
9칸을 6으로 나누면 1칸의 크기는 $\frac{3}{2}$ 이다.
따라서 점 B에 대응하는 $-3 + \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ 이고,
점 C에 대응하는 수는 $\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \times 2 = \frac{9}{2}$ 이다.
 $\therefore B + C = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$

9. 다음 [보기]는 식의 전개이다. 이때 이용되지 않는 연산 법칙을 모두 고르면?

$$\begin{aligned} (x+y) \times (a+b) \\ &= (x+y) \times a + (x+y) \times b \\ &= x \times a + y \times a + x \times b + y \times b \\ &= a \times x + b \times x + a \times y + b \times y \end{aligned}$$

[배점 5, 중상]

- ① 분배법칙
② 덧셈에 대한 교환법칙
③ 곱셈에 대한 교환법칙
④ 덧셈에 대한 결합법칙
⑤ 곱셈에 대한 결합법칙

해설

처음부터 이용된 연산 법칙을 차례로 쓰면
분배법칙 $\Rightarrow$ 분배법칙 $\Rightarrow$ 곱셈에 대한 교환법칙
 $\Rightarrow$ 덧셈에 대한 교환법칙

10. 두 수 x, y 에 대하여 $x * y = \frac{x}{x(x+y)}$ 로 정의할 때,
 $\frac{1}{b} + (b * a) - (a * b)$ 를 간단히 하여라.
(단, $a, b, a+b$ 는 0이 아니다.) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{b}$

해설

$$\begin{aligned} x * y &= \frac{x}{x(x+y)} = \frac{1}{x+y} \\ \frac{1}{b} + (b * a) - (a * b) &= \frac{1}{b} + \frac{1}{b+a} - \frac{1}{a+b} = \frac{1}{b} \end{aligned}$$

11. 집합 S 가 다음 네 조건을 모두 만족할 때, 집합 S 의 모든 원소의 곱을 구하여라.

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & n(S) = 3 \\ \text{II} \quad & 1 \notin S \\ \text{III} \quad & 3 \in S \\ \text{IV} \quad & a \in S \text{ 이면 } \frac{1}{1-a} \in S \end{aligned}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} \text{I. } 3 \in S \text{ 이면 } \frac{1}{1-3} &= -\frac{1}{2} \in S \\ \text{II. } -\frac{1}{2} \in S \text{ 이면 } \frac{1}{1+\frac{1}{2}} &= \frac{2}{3} \in S \\ \text{III. } \frac{2}{3} \in S \text{ 이면 } \frac{1}{1-\frac{2}{3}} &= 3 \in S \end{aligned}$$

따라서 S 의 모든 원소의 곱은 $-\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 3 = -1$

12. 다음과 같이 규칙적으로 나열되어 있는 유리수의 배열에서 $\frac{11}{22}$ 는 몇 번째에 나오는 유리수인지 구하여라.

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 518 번째

해설

$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ 의 규칙성을 살펴 보면,

$(\frac{1}{1}), (\frac{2}{1}, \frac{1}{2}), (\frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}), (\frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}), \dots$ 로 묶이는 것을 알 수 있고,

각 묶임의 분모와 분자를 더한 값이 2, 3, 4, 5 로 증가하는 것을 알 수 있다.

$\frac{11}{22}$ 는 분모와 분자를 더한 값이 33 이므로 32 번째 묶임의 22 번째 수이다.

$(1+2+3+4+5+\dots+31)+22 = (\frac{31(31+1)}{2})+22 = 518$ 이다.

따라서 $\frac{11}{22}$ 는 517 번째에 나오는 수이다.

13. 유리수 x, y 에 대하여 $x * y = \frac{2xy}{x+y} (x+y \neq 0)$ 로 정의한다. $\frac{a * 1.2}{a * (-0.25)} = 1$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} \frac{a * 1.2}{a * (-0.25)} &= \frac{\frac{2.4a}{a+1.2}}{\frac{-0.5a}{a-0.25}} \\ &= \frac{2.4a(a-0.25)}{-0.5a(a+1.2)} \\ &= \frac{2.4(a-0.25)}{-0.5(a+1.2)} \\ &= 1 \\ 2.4a - 0.6 &= -0.5a - 0.6 \\ 2.9a &= 0 \\ \therefore a &= 0 \end{aligned}$$

14. 한 자리 자연수 a, b 와 두 자리 자연수 c, d 에 대하여 $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7}$, $\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{8}$ 일 때, $\frac{c}{a} + \frac{d}{b}$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{7}$ 를 만족하는 두 자리 수 c 는 반드시 7 의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 8$, $c = 56$ 이다.

$\frac{1}{b} + \frac{1}{d} = \frac{1}{8}$ 를 만족하는 두 자리 수 d 는 반드시 8 의 배수이어야 한다.

따라서 $b = 9$, $d = 72$ 이다.

$$\therefore \frac{c}{a} + \frac{d}{b} = 7 + 8 = 15$$

15. $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{15 \times 16 \times 17}$ 을 계산하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{135}{544}$

해설

$\frac{1}{A \times B \times C} = \frac{1}{C - A} \left(\frac{1}{A \times B} - \frac{1}{B \times C} \right)$ 이므로,

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \cdots +$$

$$\frac{1}{15 \times 16 \times 17} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} \right) +$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} \right) + \cdots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{15 \times 16} - \frac{1}{16 \times 17} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{272} \right)$$

$$= \frac{135}{544}$$