

단원 종합 평가

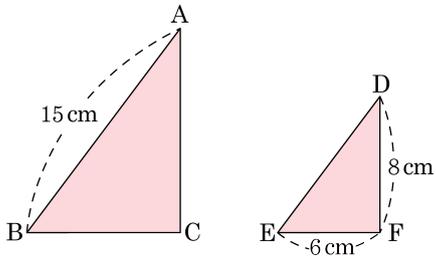
1. 다음 주어진 조건으로 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 인 경우를 모두 고르면?(정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF} = \overline{BC} : \overline{EF}$
- ② $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$, $\angle A = \angle D$
- ③ $\overline{AB} = 2\overline{DE}$, $\overline{BC} = 2\overline{EF}$, $\angle ABC = 2\angle DEF$
- ④ $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
- ⑤ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$

해설

- ① 대응하는 세 변의 길이의 비가 같으므로 SSS 닮음,
- ⑤ 대응하는 두 각의 크기가 같으므로 AA 닮음

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 이고, 닮음비가 3 : 2 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36 cm

해설

$\triangle ABC : \triangle DEF = 3 : 2$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{DE} = 15 : \square = 3 : 2$$

$$\overline{DE} = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} : \overline{EF} = \square : 6 = 3 : 2$$

$$\overline{BC} = 9 \text{ cm}$$

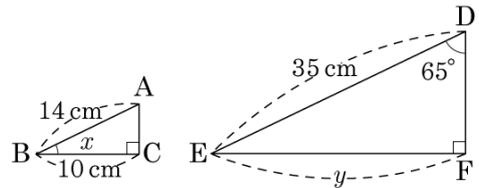
$$\overline{AC} : \overline{DF} = \square : 8 = 3 : 2$$

$$\overline{AC} = 12 \text{ cm}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이 = $15 + 9 + 12$

따라서 36 cm 이다.

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $x = 25^\circ$

▶ 정답 : $y = 25 \text{ cm}$

해설

$$\angle B = \angle E = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$$

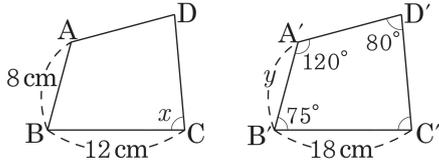
$$\therefore x = 25^\circ$$

$$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$$

$$14 : 35 = 10 : y$$

$$\therefore y = 25 \text{ (cm)}$$

4. 다음 그림에서 $\square ABCD \sim \square A'B'C'D'$ 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

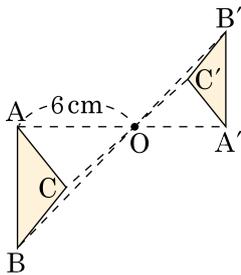
▶ 정답: $x = 85$

▶ 정답: $y = 12$

해설

$$\begin{aligned} \angle C &= 360^\circ - (120^\circ + 80^\circ + 75^\circ) = 85^\circ \\ \therefore \angle x &= 85 \\ 12 : 18 &= 8 : y \\ \therefore y &= 12 \end{aligned}$$

5. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 와 닮음의 위치에 있고, 닮음비가 3:2인 $\triangle A'B'C'$ 을 그린 것이다. $\overline{AO} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{OA'}$ 의 길이는?



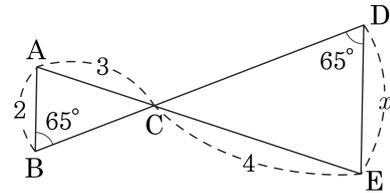
[배점 3, 하상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{OA} : \overline{OA'} &= 3 : 2 \text{ 이므로 } 6 : \overline{OA'} = 3 : 2 \\ 3\overline{OA'} &= 12 \\ \therefore \overline{OA'} &= 4 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 x 의 값은?



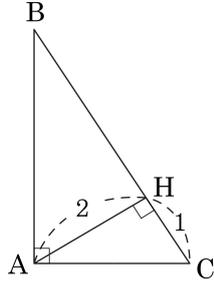
[배점 3, 하상]

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{와 } \triangle EDC \text{에서} \\ \angle B = \angle D, \angle ACB = \angle ECD \\ \therefore \triangle ABC \sim \triangle EDC \text{ (AA 닮음)} \\ \overline{AB} : \overline{ED} = \overline{AC} : \overline{EC} \text{ 이므로 } 2 : x = 3 : 4 \\ 3x = 8 \\ \therefore x = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AH} = 2$, $\overline{HC} = 1$ 일 때, $\triangle ABH$ 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{HC} \text{ 이므로}$$

$$2^2 = \overline{BH} \times 1$$

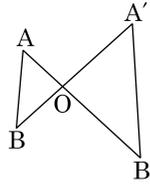
$$\therefore \overline{BH} = 4$$

$$\therefore \triangle ABH = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

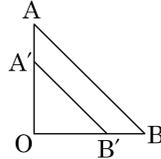
8. 다음 중 닮음의 위치에 있지 않은 도형은?

[배점 3, 하상]

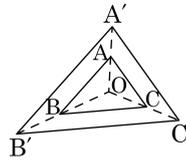
①



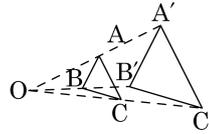
②



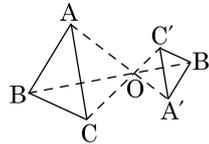
③



④



⑤



해설

- ① 대응하는 점을 지나는 직선은 한 점에서 만나지 않으므로 닮음의 위치에 있지 않다.

9. 닮은 두 직육면체의 겹넓이의 비가 9 : 25 이고 작은 직육면체의 부피가 270 cm^3 일 때, 큰 직육면체의 부피를 구하여라. [배점 3, 하상]

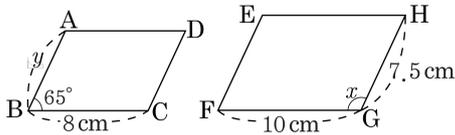
▶ 답:

▷ 정답: 1250 cm^3

해설

겉넓이의 비가 9 : 25 이므로
 닮음비는 3 : 5 이다.
 따라서, 부피의 비는
 $3^3 : 5^3 = 27 : 125$ 이다.
 $27 : 125 = 270 : x$
 $x = 1250$

10. 다음 두 도형은 평행사변형이고 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

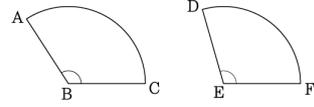
▶ 정답 : $\angle x = 115^\circ$

▶ 정답 : $y = 6$

해설

$\angle F = \angle B = 65^\circ$ 이므로 $\angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$
 $8 : 10 = y : 7.5$ 이므로
 $10y = 60$
 $\therefore y = 6$

11. 다음 두 부채꼴에서 하나의 조건을 더 만족하면 두 부채꼴은 항상 닮음이 된다. 그 조건을 보기에서 골라라.



- ㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$
- ㉡ $\widehat{AC} = \widehat{DF}$
- ㉢ $\angle ABC = \angle DEF$

[배점 3, 중하]

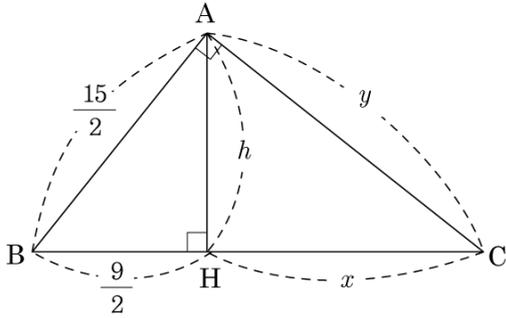
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

두 부채꼴이 중심각의 크기가 같으면 확대, 축소했을 때 반지름의 길이와 호의 길이가 일정한 비율로 변하므로 $\angle ABC = \angle DEF$ 이 답이다.

12. 다음 직각삼각형 ABC 에서 x, y, h 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 8$

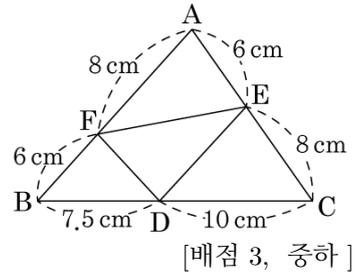
▷ 정답: $y = 10$

▷ 정답: $h = 6$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= \overline{BH} \cdot \overline{BC} \text{ 에서} \\ \frac{225}{4} &= \frac{9}{2} \times \overline{BC}, \overline{BC} = \frac{25}{2} \\ \therefore x &= \frac{25}{2} - \frac{9}{2} = \frac{16}{2} = 8 \\ \overline{AH}^2 &= \overline{BH} \cdot \overline{CH} = \frac{9}{2} \times 8 = 36 \\ \therefore h &= \overline{AH} = 6 \text{ (} \overline{AH} > 0 \text{ 이므로)} \\ \overline{AC}^2 &= \overline{CH} \cdot \overline{CB} = 8 \times \frac{25}{2} = 100 \\ \therefore y &= \overline{AC} = 10 \text{ (} \overline{AC} > 0 \text{ 이므로)} \end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 \overline{DE} , \overline{EF} , \overline{FD} 중에서 $\triangle ABC$ 의 변과 평행한 선분의 길이의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

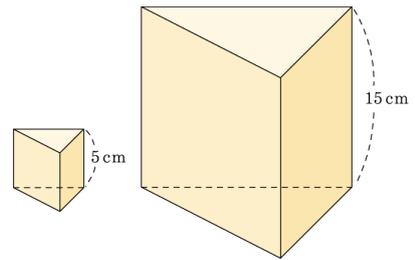
▶ 답:

▷ 정답: 14 cm

해설

$$\begin{aligned} 7.5 : 10 &= 6 : 8 \text{ 이므로 } \overline{FD} \parallel \overline{AC} \\ 8 : 6 &= 10 : 7.5 \text{ 이므로 } \overline{AB} \parallel \overline{ED} \\ \overline{FD} &= 14 \times \frac{6}{14} = 6(\text{cm}) \\ \overline{ED} &= 14 \times \frac{8}{14} = 8(\text{cm}) \\ \therefore \overline{FD} + \overline{ED} &= 6 + 8 = 14(\text{cm}) \end{aligned}$$

14. 다음 그림의 두 삼각기둥은 닮은 도형이다. 작은 삼각기둥의 부피가 45cm^3 일 때, 큰 삼각기둥의 밑넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

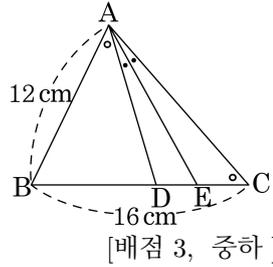
▶ 답:

▷ 정답: 81cm^2

해설

$$\begin{aligned} (\text{작은 삼각기둥의 밑넓이}) &= 45 \div 5 = 9(\text{cm}^2) \\ 5 : 15 &= 1 : 3, 1^2 : 3^2 = 1 : 9 \\ (\text{큰 삼각기둥의 밑넓이}) &= 9 \times 9 = 81(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle EAC$ 일 때, \overline{DE} 와 \overline{EC} 의 길이의 차를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1 cm

해설

$$\triangle ABD \sim \triangle CBA$$

$$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{CB} : \overline{BA}$$

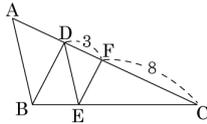
$$12 : \overline{BD} = 16 : 12, \overline{BD} = 9(\text{cm})$$

$$\overline{AD} : \overline{AC} = 3 : 4 \text{ 이므로}$$

$$\overline{DE} : \overline{EC} = 3 : 4, \overline{DE} = 3 \text{ cm}, \overline{EC} = 4 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{EC} - \overline{DE} = 4 - 3 = 1(\text{cm})$$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$, $\overline{DB} \parallel \overline{FE}$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{DE}$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

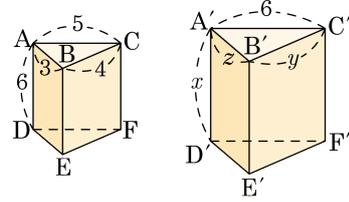
▷ 정답: 11 : 8

해설

$$\overline{FE} : \overline{DB} = \overline{CF} : \overline{CD} = 8 : 11$$

$$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{DB} : \overline{FE} = 11 : 8$$

17. 다음 그림의 두 닮은 도형의 삼각기둥에서 모서리 AB 와 $A'B'$ 이 대응하는 모서리일 때 $5(x+y+z)$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 78

해설

$$\overline{AC} : \overline{A'C'} = 5 : 6 \text{ 이므로}$$

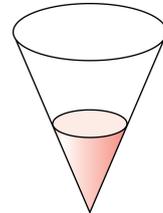
$$5 : 6 = 6 : x \quad \therefore x = \frac{36}{5}$$

$$5 : 6 = 4 : y \quad \therefore y = \frac{24}{5}$$

$$5 : 6 = 3 : z \quad \therefore z = \frac{18}{5} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 5(x+y+z) = \frac{5(36+24+18)}{5} = 78 \text{ 이다.}$$

18. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 전체 높이의 $\frac{3}{5}$ 까지 물을 넣었다. 그릇의 부피가 250cm^3 라고 할 때, 물의 부피를 구하면?



[배점 4, 중중]

① 27cm^3

② 36cm^3

③ 45cm^3

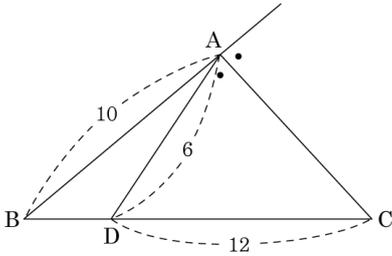
④ 54cm^3

⑤ 150cm^3

해설

물을 채운 원뿔과 전체 원뿔의 닮음비는 3 : 5
부피의 비는 $3^3 : 5^3 = 27 : 125$ 이다.
∴ (원뿔을 채운 물의 부피) = $250 \times \frac{27}{125} = 54(\text{cm}^3)$

19. 다음 그림과 같이 $\triangle ABD$ 에서 \overline{AC} 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이다. $\triangle ABD$ 의 넓이를 a 라 할 때, $\triangle ADC$ 를 a 에 관한 식으로 나타내면?
(단, $\overline{AB} = 10$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{CD} = 12$)

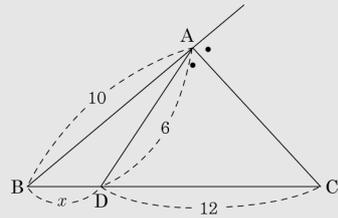


[배점 4, 중중]

- ① $\frac{5}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ $\frac{3}{2}a$ ④ $\frac{3}{5}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로 $10 : 6 = (12 + x) : 12$
 $6x = 48$
∴ $x = 8$
 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.
따라서 밑변의 비는 8 : 12 이므로 넓이의 비는 2 : 3 이다.
 $2 : 3 = a : \triangle ADC$ 이므로 $3a = 2 \times \triangle ADC$
따라서 $\triangle ADC = \frac{3}{2}a$ 이다.



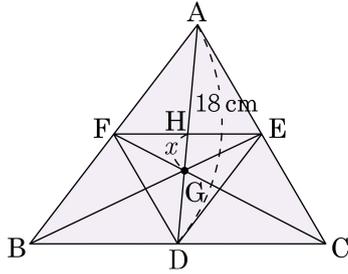
20. 컴퓨터 모니터의 크기는 화면의 대각선의 길이로 나타낸다. 18 인치 모니터의 둘레가 54cm 일 때, 20 인치 모니터의 가로와 세로의 길이의 합을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 25cm ② 30cm ③ 35cm
④ 40cm ⑤ 45cm

해설

18 인치 모니터와 20 인치 모니터의 닮음비는 18 : 20 = 9 : 10 이다. 둘레의 길이의 비는 닮음비와 같으므로 20 인치 모니터의 둘레의 길이는 9 : 10 = 54 : x 에서, $x = 60(\text{cm})$ 이다. 따라서 20 인치 모니터의 가로와 세로의 길이의 합은 $60 \div 2 = 30(\text{cm})$ 이다.

21. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{AD} = 18\text{cm}$ 일 때, \overline{HG} 의 길이는?



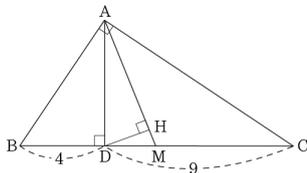
[배점 4, 중중]

- ① 2cm ② 3cm ③ 4cm
④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\overline{AF} = \overline{BF}$, $\overline{AE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{FE} \parallel \overline{BC}$
 $\overline{AH} : \overline{AD} = \overline{AF} : \overline{AB} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AD} = 9(\text{cm})$
 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD} = \frac{2}{3} \times 18 = 12(\text{cm})$
 $\therefore \overline{HG} = \overline{AG} - \overline{AH} = 12 - 9 = 3(\text{cm})$

22. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, \overline{DH} 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{30}{13}$

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 는 닮음이므로 $\overline{AD}^2 = 9 \times 4 = 36$ 이다.

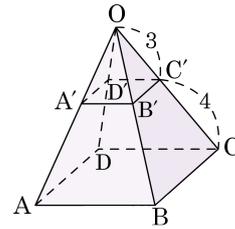
따라서 $\overline{AD} = 6$ 이다.

점 M이 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{13}{2}$, $\overline{MD} = \frac{5}{2}$ 이다.

$\triangle AMD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 6 = \frac{15}{2}$ 이다.

따라서 $\frac{15}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times \overline{DH}$, $\therefore \overline{DH} = \frac{30}{13}$

23. 다음 그림의 사각뿔 O-ABCD에서 $\square A'B'C'D'$ 을 포함하는 평면과 $\square ABCD$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, O-ABCD와 O-A'B'C'D'의 닮음비는?



[배점 5, 중상]

- ① 3:4 ② 4:3 ③ 3:7
④ 7:3 ⑤ 3:5

해설

두 입체도형 O-ABCD와 O-A'B'C'D'이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OC} : \overline{OC'} = 7 : 3$ 이다.

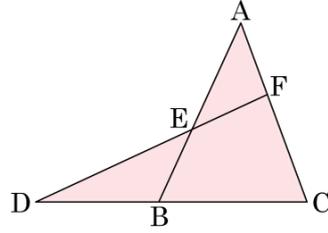
24. 다음 그림에서

$$\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2,$$

$$\overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$$

이다. $\overline{BC} = 18\text{cm}$

일 때, \overline{BD} 의 길이를 구하여라.

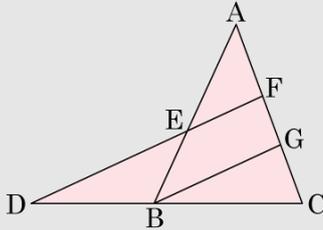


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{72}{5}\text{cm}$

해설



$\overline{EF} \parallel \overline{BG}$ 인 \overline{BG} 를 그으면

$$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FG} = 3 : 2 = 6 : 4$$

$$\overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3 = 6 : 9$$

$$\text{즉 } \overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 6 : 4 : 5$$

$$\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{CG} : \overline{GF} = 5 : 4$$

$$18 : \overline{BD} = 5 : 4$$

$$\therefore \overline{DB} = \frac{72}{5} (\text{cm})$$

해설

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이고, \overline{BD} 와 \overline{GF} 의 교점을 H라 하면

$\triangle DGH \sim \triangle BFH$ 이고 닮음비는 3 : 4 이므로

$$\overline{HD} = \frac{3}{7}\overline{BD}, \overline{EH} = \overline{DE} - \overline{DH} = \frac{1}{14}\overline{BD} \text{ 이므로}$$

$$\overline{EH} : \overline{DH} = \frac{1}{14} : \frac{3}{7} = 1 : 6$$

$$\triangle EGH = \frac{1}{7}\triangle DGE = \frac{1}{7} \times \frac{1}{4}\triangle ABD = \frac{1}{28}\triangle ABD$$

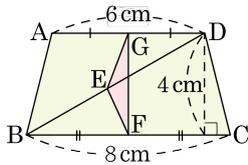
마찬가지 방법으로 $\triangle EFH = \frac{1}{28}\triangle DBC$

따라서

$$\triangle EFG = \frac{1}{28}\square ABCD$$

$$= \frac{1}{28} \times \left\{ \frac{1}{2} \times (6+8) \times 4 \right\} = 1 \text{ 이다.}$$

25. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, 높이가 4cm인 사다리꼴 ABCD에서 \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{BD} 의 중점을 각각 G, F, E라고 할 때, $\triangle EFG$ 의 넓이를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ 2