

단원 종합 평가

1. 순환소수 $0.03\dot{8}$ 에 어떤 자연수 n 을 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, n 의 값 중 가장 작은 것은?
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$0.03\dot{8} = \frac{35}{900} = \frac{7}{180} = \frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5}$$

$\frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times n$ 이 유한소수가 되려면 3^2 이 약분되어야 하므로 n 은 3^2 의 배수이어야 한다.
 $n = 9$

2. 최소 단위의 눈금이 10kg인 저울로 어떤 상자의 무게를 측정한 결과가 6000kg이었다. 이 상자 무게의 최솟값을 구하면?
[배점 3, 중하]

- ① 5985kg ② 5990kg ③ 5995kg
④ 6005kg ⑤ 6010kg

해설

오차의 한계가 $10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{kg})$ 이므로
 $6000 - 5 \leq (\text{참값}) < 6000 + 5$
 $5995\text{kg} \leq (\text{참값}) < 6005\text{kg}$
 따라서 최솟값은 5995kg이다.

3. 분수 $\frac{7}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 두 자리 자연수 중에서 a 의 값을 모두 구하여라. (단 $15 \leq a \leq 30$) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 16

▷ 정답: 20

▷ 정답: 25

▷ 정답: 28

해설

$\frac{7}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 유한소수가 되려면, $15 \leq a \leq 30$ 에서 a 의 값은 2 와 5 의 배수이거나 28 이어야 한다.
즉 $a = 16, 20, 25, 28$

4. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 60 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{33}{60}$

해설

$\frac{1}{2} = \frac{30}{60} < \frac{x}{60} < \frac{3}{5} = \frac{36}{60}$ 을 만족하는 x 는 $30 < x < 36$ 인 3 의 배수이어야 한다.

5. 근삿값을 유효숫자나 10의 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것이다. 바르지 못한 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2700(유효숫자 2개) = 2.7×10^3
- ② $0.750 = 7.50 \times \frac{1}{10}$
- ③ 34.0cm(최소 단위 1mm) = $3.40 \times 10^2(\text{mm})$
- ④ 23060(일의 자리에서 반올림) = 2.3060×10^4
- ⑤ $5000 = 5.000 \times 10^2$

해설

$$23060(\text{일의 자리에서 반올림}) = 2.306 \times 10^4$$

6. 분수 $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 큰 수 x , 100 초과와 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 작은 수 y 일 때, $y - x$ 를 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 20 ③ 24 ④ 37 ⑤ 50

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로, a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다.
 100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는 $2^5 \times 3 = 96$ 이고,
 100 초과와 자연수 중 가장 작은 수는 $2^3 \times 5 \times 3 = 120$ 이 된다.
 따라서, 두 수의 차는 $y - x = 120 - 96 = 24$ 이다.

7. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면? [배점 5, 중상]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 18 ⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6이다. 따라서 x 값의 합은 11이다.

8. 집합 $Q = \{x \mid x = \frac{n}{m}, n \text{은 정수}, m \neq 0\}$ 일 때, Q 의 부분집합이 아닌 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- ② $\{2.\dot{5}, -\frac{5}{9}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 유한소수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 무한소수}\}$
- ⑤ $\{-1.\dot{5}, -\frac{1}{3}, 0, 2.\dot{4}, \pi\}$

해설

- ④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.
- ⑤ π 는 순환하지 않는 무한소수이다.

9. 분수 $\frac{5}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$\frac{5}{7} = 0.714285714285 \dots = 0.\dot{7}1428\dot{5}$ 이므로 순환
 마디의 숫자의 개수가 6개이다. 한편 $100 = 6 \times$
 $16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는
 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 2
 이다.

10. 전체집합이 유리수의 집합이고 그 부분집합이 다음과
 같을 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

$$A = \{x \mid x \text{는 무한소수}\}$$

$$B = \left\{x \mid x = \frac{n}{150}, n \text{은 } 100 \text{이하의 자연수}\right\}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 67

해설

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 n 이 3 의 배수이면 $\frac{n}{150}$ 은 유한소수
 $100 \div 3 = 33 \dots 1$
 $\therefore n(A \cap B) = 100 - 33 = 67$

11. 분수 $\frac{x}{84}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고, 이 분수를
 기약분수로 고치면 $\frac{3}{y}$ 이 된다고 한다. 이때, $x + y$
 값을 구하여라. (단, $y \neq 1$) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 67

▷ 정답: 128

해설

$\frac{x}{84} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{3}{y} \Rightarrow x$ 는 $3 \times 7 \times 3$ 의 배수
 $x = 63$ 일 때 $y = 4$, $x = 126$ 일 때, $y = 2$ 이다.
 $\therefore 63 + 4 = 67$, $126 + 2 = 128$

12. $x = 0.i\dot{i}$ 일 때, $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{10}$

해설

$x = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$, $\frac{1}{x} = 9$
 (준식) $= 1 + \frac{1}{1 + 9} = \frac{11}{10}$

13. 다음 식을 만족하는 순환소수 x 의 순환마디의 각
 자릿수의 합을 구하여라.

$$1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 0.40\dot{5} \quad [\text{배점 5, 상하}]$$

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

$$\begin{aligned} \text{(우변)} &= 0.40\bar{5} = \frac{405}{999} = \frac{45}{111} \\ \text{(좌변)} &= 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \\ &= 1 - \frac{x+1}{2x+1} = \frac{x}{2x+1} \\ \frac{x}{2x+1} &= \frac{45}{111} \text{ 이므로} \\ 111x &= 90x + 45 \\ 21x &= 45 \\ \therefore x &= \frac{45}{21} = \frac{15}{7} = 2.14285\bar{7} \text{ 따라서 순환마디의} \\ &\text{각 자릿수의 합은 } 1+4+2+8+5+7 = 27 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

14. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 252

▷ 정답: 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k$$

가 어떤 자연수의 제곱이므로

$\therefore k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \dots$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$k = 4$ 일 때, $x = 63 \times 4 = 252$

$k = 9$ 일 때, $x = 63 \times 9 = 567$

$\therefore x = 252, 567$

15. 근삿값 170000000 에 근삿값 35 를 더한 값이 170000000 일 때, 근삿값 170000000 의 유효숫자의 개수의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 5개

해설

$170000000 + 35 = 170000035 \approx 170000000$ 이므로 유효숫자의 개수의 최댓값은 1, 7, 0, 0, 0, 0, 0 의 7 개이다. 유효숫자의 개수의 최솟값은 1, 7 의 2 개이다.

$\therefore 7 - 2 = 5$ (개)