

5. 집합 $A = \{6, 12, 18, \dots\}$, $B = \{12, 24, 36, \dots\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?
[배점 3, 하상]

- ① \emptyset
- ② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$

해설

$A \cap B$ 은 집합 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 의미한다.

$A \cap B = \{12, 24, 36, \dots\}$ 이므로

조건제시법으로 고쳐보면

$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ 가 된다.

6. 다음 수를 작은 수부터 차례로 기호를 나열하여라.

㉠ 5^3	㉡ 39	㉢ 2^5
㉣ $2^2 \times 3^3$	㉤ $3^2 \times 7$	

[배점 3, 하상]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: ㉣
- ▷ 정답: ㉡
- ▷ 정답: ㉤
- ▷ 정답: ㉢
- ▷ 정답: ㉠

해설

㉠ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

㉡ 39

㉢ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

㉣ $2^2 \times 3^3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$

㉤ $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$

따라서 작은 수부터 차례로 나열하면 ㉣, ㉡, ㉤, ㉢, ㉠이다.

7. 다음 중 밑줄 친 숫자가 실제로 나타내는 값이 가장 작은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 110₍₂₎
- ② 1010₍₂₎
- ③ 38
- ④ 423
- ⑤ 829

해설

① $2^2 = 4$

② $2^3 = 8$

③ 30

④ 20

⑤ 9

8. $A \subset B$ 이고 $n(A) = 17$, $n(B) = 35$ 일 때, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 를 각각 구하여라.
[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답: $n(A \cap B) = 17$
- ▷ 정답: $n(A \cup B) = 35$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 이다.

$n(A \cap B) = n(A) = 17$

$n(A \cup B) = n(B) = 35$

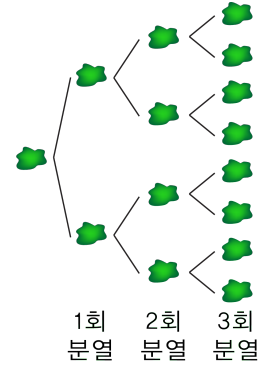
9. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$
- ② $A = \emptyset, B = \{0\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$
- ④ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$
- ⑤ $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$: 포함 관계 없음
- ② $A = \emptyset, B = \{0\}$: $A \subset B, B \not\subset A$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$
: $A \not\subset B, B \subset A$
- ④ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$
: $A \subset B, B \not\subset A$
- ⑤ $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
: $A \subset B, B \subset A$
∴ $A = B$

10. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



[배점 3, 중하]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
- ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다. 아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다. 이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리수가 50 마리 이상이 된다.

11. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

12. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $A \cup \emptyset = \emptyset$

② $A \cap B = B \cup A$

③ $A \subset (A \cap B)$

④ $(A \cup B) \subset A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

해설

① $A \cup \emptyset = A$

② $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $A \subset (A \cup B)$

13. 두 자연수 $12 \times x, 18 \times x$ 의 최소공배수가 108 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{array}{r} 18 \times x = 2^2 \times 3 \times x \\ 18 \times x = 2 \times 3^2 \times x \\ \hline \text{최소공배수} : 2^2 \times 3^2 \times x = 108 \dots \textcircled{1} \end{array}$$

①에 의해

$$36 \times x = 108$$

$$x = 108 \div 36 = 3$$

14. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라. (단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 140

해설

$$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2 \text{ 이라 하면}$$

$$\text{가장 작은 } n = 2 \times 5$$

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$\therefore 10, 40, 90$$

$$\therefore 10 + 40 + 90 = 140$$

15. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

[배점 5, 중상]

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.