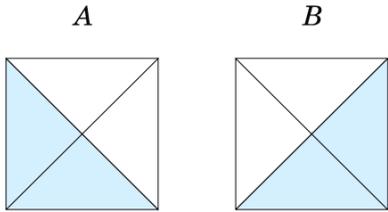
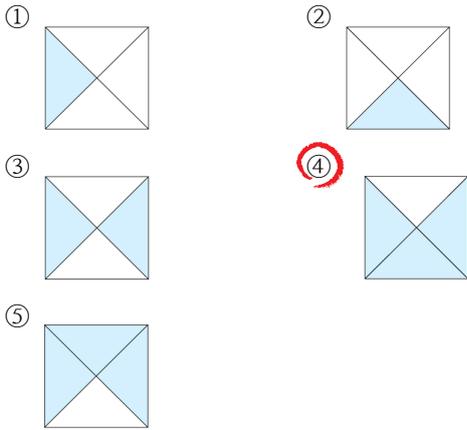


단원 종합 평가

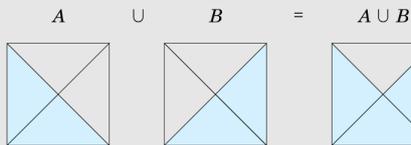
1. 두 집합 A, B 가 다음 그림과 같을 때, $A \cup B$ 를 나타낸 것으로 옳은 것은?



[배점 3, 중하]



해설



2. 다음 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

$$A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{3, 9\}, C = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$B = \{3, 9\}$$

$$C = \{1, 3, 9\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

3. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로

$$720 = 6 \times (\text{최소공배수})$$

따라서 최소공배수는 120 이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $A \subset B$
- ㉡ $n(B) - n(A) = \{5, 6\}$
- ㉢ $n(A) < n(B)$
- ㉣ $n(A) \subset n(B)$
- ㉤ $B \not\subset A$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉤

해설

- ㉡ $n(B) - n(A) = 2$
- ㉣ $n(A) \not\subset n(B)$

5. 6으로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남고, 9로 나누면 8이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는?

[배점 4, 중중]

- ① 901 ② 941 ③ 959
- ④ 935 ⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면

$n = (6, 8, 9 \text{의 공배수}) - 1$ 인 수이다.

6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.

세 자리 자연수 중 가장 큰 72의 배수는 936이다.

$\therefore n = 936 - 1 = 935$

6. 다음 중 420의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 6 ② $2^2 \times 3$
- ③ $2^2 \times 3^2$ ④ 2×7
- ⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

7. 두 집합 A, B 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$, $A \cap B =$

$\{3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를

구하여라.

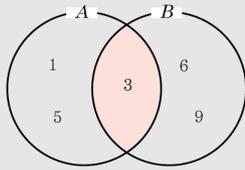
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{3, 6, 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

8. 자연수 k 의 모든 약수를 원소로 하는 집합을 A_k 로 나타낼 때, $A_k \subset (A_{12} \cap A_{20})$ 인 k 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$A_{12} \cap A_{20}$ 는 12 와 20 의 공약수의 집합이므로 k 는 12 와 20 의 공약수이다. 두 자연수의 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수이고 12 와 20 의 최대공약수는 4이므로 따라서 k 의 최댓값은 4 이다.

9. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10$ 을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$$2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5$$

$$= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

$$a = 2 + 3 + 5 + 7 = 17$$

$$b = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$$

$$\therefore a + b = 17 + 15 = 32$$

10. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 자연수 a 를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

해설

2^a 와 2^2 의 최소공배수가 2^2 이므로 a 는 2 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a + 1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 되어야 한다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1 과 2 이다.

11. 100 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 홀수인 수는 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10개

해설

약수의 개수가 홀수인 자연수는 제곱수이므로 $1^2, 2^2, \dots, 10^2$ 의 10 개가 있다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$n(U) = 34, n(A^c \cap B^c) = 11, n(B - (A \cap B)^c) = 6$ 일 때, $n((A \cup B) - (A \cap B))$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$n(U) = 34$ 이고 $n(A^c \cap B^c) = 11$ 이면, $n(A \cup B) = 23$,
 $B - (A \cap B)^c = A \cap B$ 이므로 $n(B - (A \cap B)^c) = n(A \cap B) = 6$,
 $\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 23 - 6 = 17$

13. 두 집합 $A = \{3, 6, a + 2, 10\}, B = \{2 \times a, 3, b, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

집합 A 에 원소 5 가 속해야 하므로 $a + 2 = 5$ 이다. $\therefore a = 3$
 $A = \{3, 6, 5, 10\}, B = \{6, 3, b, 5\}$ 에서 원소 10 이 집합 B 에 있어야 하므로 $b = 10$ 이다. 따라서 $a + b = 3 + 10 = 13$ 이다.

14. 자연수를 원소로 하는 집합

$A = \{x | x \text{는 } 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \text{의 약수}\},$

$B = \{x | x \text{는 } 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 에 대하여

$n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 76

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$A = \{x | x \text{는 } 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \text{의 약수}\}$ 이므로,

$n(A) = 3 \times 5 \times 4 = 60,$

$B = \{x | x \text{는 } 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 이므로,

$n(B) = 4 \times 4 \times 2 \times 2 = 64,$

$A \cap B = \{x | x \text{는 } 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7 \text{의 약수}\}$ 이므로,

$n(A \cap B) = 3 \times 4 \times 2 \times 2 = 48,$

$\therefore n(A \cup B) = 60 + 64 - 48 = 76$

15. 숫자 0 과 1 을 다음과 같은 규칙으로 나열하였다.

10011100001111110000001111111... 왼쪽에서부터

101 번째 숫자부터 106 번째 숫자로 2 진수를 만들

때, 그 수를 십진수로 나타내어라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

10011100001111110000001111111... 는

1, 00, 111, 0000, 11111, 000000, 1111111, ... 의 묶음으로 나눌 수 있다.

각 묶음이 1 씩 커진다.

1 부터 13 까지의 합 = $\frac{13 \times 14}{2} = 91$ 이므로,

92 번째 수부터 105 번째 수까지 14 개의 수가 연속으로 0 이 된다.

106 번째 수는 1 이다. 따라서 만들 수 있는 이진 수는 $1_{(2)}$ 이고, 십진수로 나타내어도 1 이다.