

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 3, a\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, a 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, a\}$
 $4 \in B$ 이어야 하므로 $a = 4$ 이다.

2. $\{2, 3\} \subset X \subset \{0, 1, 2, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 갯수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 X 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 갯수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

3. 집합 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 2의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 28개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 2의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 3, 5로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

4. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$

㉡ $2^4 \times 5^2$

㉢ $2 \times 3 \times 7$

㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$

㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

② ㉡, ㉣, ㉠, ㉤, ㉢

③ ㉣, ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉣, ㉡, ㉤, ㉢, ㉠

⑤ ㉢, ㉠, ㉤, ㉡, ㉣

해설

㉠ 12개 ㉡ 15개 ㉢ 8개 ㉣ 16개 ㉤ 24개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

5. $2^{13} \times 3^4 \times 5^{10}$ 을 십진법으로 나타내었을 때 끝자리의 연속된 0의 개수는 a 개, 이진법으로 나타내었을 때 끝자리의 연속된 0의 개수는 b 개이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$$2^{13} \times 3^4 \times 5^{10} = 2^3 \times 3^4 \times 2^{10} \times 5^{10}$$

$$= 2^3 \times 3^4 \times 10^{10}$$

이므로 $a = 10$ 이다.

$$2^{13} \times 3^4 \times 5^{10} = 3^4 \times 5^{10} \times 2^{13}$$

이므로 $b = 13$ 이다.

$$\therefore 10 + 13 = 23$$

해설

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$$

$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$$

이므로

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(A \times B) = 7$$

6. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$, 집합 $B_b = \{x \mid x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A_2 \subset A_4$

② $B_2 \subset B_4$

③ $A_4 = B_4$

④ $n(B_{15}) = 5$

⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

$$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$$

$$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$$

$$B_2 = \{1, 2\}$$

$$B_4 = \{1, 2, 4\}$$

$$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

① $A_4 \subset A_2$ ③ $A_4 \neq B_4$ ④ $n(B_{15}) = 4$

7. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

8. 다음 중에서 옳은 것을 골라라.

㉠ 육십만 $= 6 \times 10^5$

㉡ 50 이하의 소수는 15 개다.

㉢ 소수는 모두 홀수이다.

㉣ 약수의 개수는 모두 짝수이다.

㉤ 51 과 105 는 서로소이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

㉠ (육십만) $= 600000 = 6 \times 100000 = 6 \times 10^5$

㉡ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 의 15 개이다.

㉢ 2 는 짝수인 소수이다.

㉣ 4 의 약수는 1, 2, 4 로 3 개이다.

㉤ 51 과 105 의 최대공약수는 3 이다.

9. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는 $24n + 5 (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 인 수이다.
 $\therefore 5, 29, 53, 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid 5 < x \leq 10, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여
 $A * B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 라 할 때 $(B * A) \cap C$ 의 집합을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{6, 7, 8\}$

해설

$B * A = \{3, 5, 6, 7, 8, 16\}$
 $(B * A) \cap C = \{6, 7, 8\}$

11. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 5, 상하]

- ① $\{a\} \in A$ ② $\emptyset \in A$
③ $\{c, d\} \subset A$ ④ $n(A) = 5$
⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

③ $\{c, d\} \in A$

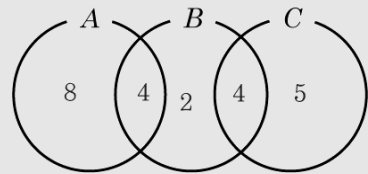
12. 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9$,
 $n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 15, A \cap C = \emptyset$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$n(B) = 10, n(C) = 9, n(B \cup C) = 15$ 이므로
 $n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$
 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$

13. 자연수 k 의 모든 약수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, $A_k \cap (A_{12}^c \cup A_{18}^c) = \emptyset$ 인 k 의 최댓값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$A_k \cap (A_{12}^c \cup A_{18}^c) = A_k \cap (A_{12} \cap A_{18})^c = A_k - A_{36} = \emptyset$$

$$\rightarrow A_k \subset A_{36}$$

$\therefore k$ 의 최댓값 = 36

14. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 9\}$, $A - (A - B) = \{1\}$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$A - (A - B) = A \cap (A \cap B^c)^c$$

$$= A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B)$$

$$= (A \cap B) = \{1\}$$

$A = \{1, 9\}$, $(A \cap B) = \{1\}$, $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 을 만족하는 집합 B 는 원소 1을 반드시 포함하고 원소 9를 반드시 포함하지 않으므로 집합 B 의 개수는 $2^3 = 8(\text{개})$

15. $n!$ 은 1부터 n 까지 모든 자연수의 곱을 말한다. $18!$ 을 이진법의 수로 나타내었을 때, 일의 자리에서 왼쪽으로 연속되는 0의 갯수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 16개

해설

$18!$ 를 2의 지수로 묶어보면,

$18!$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 9 \times (2 \times 5) \times 11$$

$$\times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \times 15 \times 2^4 \times 17 \times (2 \times 9)$$

$$= m \times 2^{16}$$

$\rightarrow m$ 은 홀수이므로, 17번째 자리의 수는 반드시 1이다.

따라서 일의 자리에서 왼쪽으로 연속되는 0의 갯수는 16개이다.