

# 단원 종합 평가

1. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

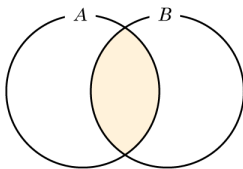
[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡      ② ㉡, ㉢      ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉢, ㉥      ⑤ ㉠, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ : 11, 13, 15, ...
- ㉡ : 월, 화, 수, ... , 일
- ㉢ : 2, 4, 6, ... , 94, 96, 98
- ㉣, ㉤, ㉥은 기준이 분명하지 않다.

2. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$ ,  
 $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$  일 때 다음 벤 다이어그램에서  
 색칠한 부분의 집합은 ?

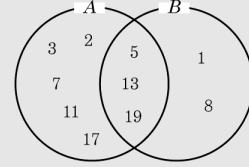


[배점 2, 하중]

- ①  $\{5, 13\}$       ②  $\{5, 19\}$
- ③  $\{5, 13, 19\}$       ④  $\{1, 5, 13\}$
- ⑤  $\{1, 5, 13, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면  
 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  이다.  
 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는  $\{5, 13, 19\}$  이다.

3. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ①  $150 = 2 \times 3 \times 5^2$       ②  $16 = 4^2$
- ③  $108 = 2^2 \times 3^3$       ④  $63 = 3^2 \times 7$
- ⑤  $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②,  $16 = 2^4$

4. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 3, 하상]

- ①  $\{\emptyset\}$  은  $\{3\}$  의 부분집합이다.
- ②  $\{x, y\}$  는  $\{y\}$  의 부분집합이 아니다.
- ③  $A \subset B, B \subset A$  이면  $A = B$  이다.
- ④  $A \subset B, B \subset C$  이면  $A \subset C$  이다.
- ⑤  $A \subset B, A \subset C$  이면  $B \subset C$  이다.

해설

- ①  $\{\emptyset\}$  은  $\{3\}$  의 부분집합이 아니다.  $\{3\}$  의 부분집합은  $\emptyset$  과  $\{3\}$  이다.  
 ⑤  $A \subset B$ ,  $A \subset C$  이면  $A \subset C$  이고,  $B$ 와  $C$ 의 포함 관계는 알 수 없다.

5. 세 집합  $A = \{x | x \text{는 } 21 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{3, 7\}$ ,  $C = \{x | x \text{는 } 21 \text{ 이하의 자연수}\}$  일 때, 세 집합  $A$ ,  $B$ ,  $C$ 의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라. [배점 3, 하상]

- ①  $B \subset A = C$                       ②  $B \subset C \subset A$   
 ③  $B \subset A \subset C$                       ④  $A \subset B \subset C$   
 ⑤  $A = B \subset C$

해설

$A = \{1, 3, 7, 21\}$ ,  $B = \{3, 7\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, \dots, 20, 21\}$   
 $\therefore B \subset A \subset C$

6. 다음에서 서로 같은 집합이 몇 쌍인지 구하여라.

보기

- |                   |                           |
|-------------------|---------------------------|
| ㉠ $\{5, 10, 15\}$ | ㉡ $\{5, 15\}$             |
| ㉢ $\{10, 15, 5\}$ | ㉣ $\{5, 15, 25\}$         |
| ㉤ $\{10, 15\}$    | ㉥ $\{25, 5, 3 \times 5\}$ |

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 2 쌍

해설

- ㉠ = ㉡  
 $㉢ = \{25, 5, 3 \times 5\} = \{25, 5, 15\}$  이므로  
 $㉢ = ㉥$   
 따라서 ㉠과 ㉡, ㉢과 ㉥ 두 쌍이다.

7. 집합  $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{보다 작은 짝수}\}$  일 때, 다음 중  $A$ 의 진부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ①  $\emptyset$                       ②  $\{2\}$                       ③  $\{4\}$   
 ④  $\{4, 6\}$                       ⑤  $\{2, 4, 6\}$

해설

$A = \{2, 4, 6\}$  이므로 ⑤는  $A$ 의 진부분집합이 아니다.

8. 집합  $A = \{x | 6 \times x = 7 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

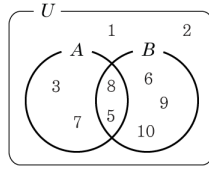
▶ 답:

▶ 정답: 1 개

해설

$A = \emptyset$   
 모든 집합의 부분집합에는  $\emptyset$  과 자기 자신이 포함되는데  $\emptyset$  은  $\emptyset$  과 자기 자신이 같으므로 집합  $A$ 의 부분집합의 개수는 1 개

9. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

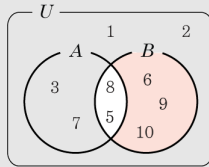


[배점 3, 중하]

- ①  $n(U) = 9$
- ②  $n(A \cap B^c) = 2$
- ③  $n((A \cup B) - A) = 2$
- ④  $n(B - A) = 3$
- ⑤  $n(A^c) = 5$

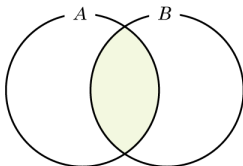
해설

③  $(A \cup B) - A$  를 색칠하면 다음과 같다.



$$\therefore n((A \cup B) - A) = 3$$

10. 두 집합  $A = \{2, 4, 8, 9, 10, 12\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$  일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

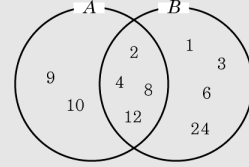
▶ 정답 : 26

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$  가 된다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는  $\{2, 4, 8, 12\}$  이다.

따라서 색칠한 부분의 원소의 합은  $2+4+8+12 = 26$  이다.

11. 다음 조건을 만족하는 집합  $X$  의 개수를 구하여라.

$$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$  은  $X \subset \{1, 2, 3\}$  이므로 가능한  $X$  의 개수는  $\{1, 2, 3\}$  의 부분집합의 개수이다.

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

12. 다음 중 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A \subset B$  이고  $B \subset A$  인 것은? [배점 3, 중하]

- ①  $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$   
 ②  $A = \emptyset, B = \{0\}$   
 ③  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$   
 ④  $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$   
 ⑤  $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$

해설

- ①  $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$  : 포함 관계 없음  
 ②  $A = \emptyset, B = \{0\}$  :  $A \subset B, B \not\subset A$   
 ③  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$   
   :  $A \not\subset B, B \subset A$   
 ④  $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$   
   :  $A \subset B, B \not\subset A$   
 ⑤  $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$   
   :  $A \subset B, B \subset A$   
    $\therefore A = B$

13. 600 을 자연수  $x$  로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 600} \\ 2 \overline{) 300} \\ 2 \overline{) 150} \\ 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$  이므로  $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한  $x$  의 값 중에서 가장 작은 자연수는  $2 \times 3 = 6$  이다.

14. 두 집합  $A = \{a, b, c\}, B = \{a, c, e\}$  에 대하여 집합  $A$  의 부분집합도 되고 집합  $B$  의 부분집합도 되는 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

집합  $A$  의 부분집합도 되고 집합  $B$  의 부분집합도 되는 집합은  $\{a, c\}$  의 부분집합과 같으므로  $2^2 = 4$  (개)

15. 집합  $A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수}\right\}$  일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

①  $n(A) = 4$

② 집합  $A$  의 원소들의 합은 7 이다.

③  $8 \in A$

④  $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$

⑤ 집합  $A$  의 진부분집합의 개수는 15 개이다.

해설

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8 \right\} \text{ 이므로}$$

$$A = \left\{ \frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8} \right\} = \left\{ 4, 2, 1, \frac{1}{2} \right\}$$

② 집합  $A$  의 원소들의 합은  $7\frac{1}{2}$

③  $8 \notin A$

④  $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

16. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 1010_{(2)} < x < 111100_{(2)} \text{ 인 4의 배수}\}$  일 때,  $n(A)$  의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$1010_{(2)} = 10, 111100_{(2)} = 60$$

$$A = \{x \mid x \text{는 } 1010_{(2)} < x < 111100_{(2)} \text{ 인 4의 배수}\} = \{12, 16, 20, \dots, 56\}$$

$$\therefore n(A) = 12$$

17. 세 자연수  $4a, 6a, 16a$  의 최소공배수가 336 일 때, 자연수  $a$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$2^2 \times a, 2 \times 3 \times a, 2^4 \times a$$

$$\text{최소공배수는 } 2^4 \times 3 \times a = 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 7$$

18. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 명

해설

문제에서  $A \cup B$  이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이  $A \cup B$  이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합  $A$  라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합  $B$  라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은  $A \cap B$  가 된다.

$A \cap B$  의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

$x$  의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로  $x$  의 최댓값은 21(명) 이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명) 이다.

19. 두 분수  $\frac{21}{16}, \frac{35}{24}$  의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라. [배점 5, 중상]

①  $\frac{8}{7}$

②  $\frac{48}{7}$

③  $\frac{8}{105}$

④  $\frac{48}{105}$

⑤  $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를  $\frac{b}{a}$  라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

즉,  $\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1}$  이다.

$\textcircled{1}$ 을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

20. 세 자연수 84, 126,  $A$ 의 최대공약수가 6,  
최소공배수가 1260 일 때, 가장 작은 자연수  $A$ 의  
값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7, 126 = 2 \times 3^2 \times 7, A \text{에서}$$

$$\text{최대공약수는 } 6 = 2 \times 3,$$

$$\text{최소공배수는 } 1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$A$ 는  $2 \times 3$ 과 5를 인수로 반드시 가져야 한다.

따라서, 가장 작은 자연수  $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.