

단원 종합 평가

1. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

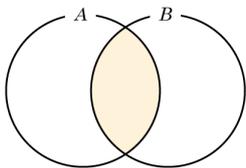
[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉣, ㉤
- ④ ㉠, ㉢, ㉥ ⑤ ㉠, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ : 11, 13, 15, ...
- ㉡ : 월, 화, 수, ... , 일
- ㉢ : 2, 4, 6, ... , 94, 96, 98
- ㉣, ㉤, ㉥은 기준이 분명하지 않다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$,
 $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서
 색칠한 부분의 집합은 ?

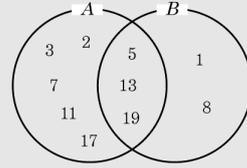


[배점 2, 하중]

- ① $\{5, 13\}$ ② $\{5, 19\}$
- ③ $\{5, 13, 19\}$ ④ $\{1, 5, 13\}$
- ⑤ $\{1, 5, 13, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.
 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{5, 13, 19\}$ 이다.

3. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ ② $16 = 4^2$
- ③ $108 = 2^2 \times 3^3$ ④ $63 = 3^2 \times 7$
- ⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$

4. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이다.
- ② $\{x, y\}$ 는 $\{y\}$ 의 부분집합이 아니다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

해설

- ① $\{\emptyset\}$ 은 $\{3\}$ 의 부분집합이 아니다. $\{3\}$ 의 부분집합은 \emptyset 과 $\{3\}$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이고, B 와 C 의 포함 관계는 알 수 없다.

5. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 21 \text{의 약수}\}, B = \{3, 7\}, C = \{x|x \text{는 } 21 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라. [배점 3, 하상]

- ① $B \subset A = C$
- ② $B \subset C \subset A$
- ③ $B \subset A \subset C$
- ④ $A \subset B \subset C$
- ⑤ $A = B \subset C$

해설

$A = \{1, 3, 7, 21\}, B = \{3, 7\}, C = \{1, 2, 3, \dots, 20, 21\}$
 $\therefore B \subset A \subset C$

6. 다음에서 서로 같은 집합이 몇 쌍인지 구하여라.

보기

- ㉠ $\{5, 10, 15\}$
- ㉡ $\{5, 15\}$
- ㉢ $\{10, 15, 5\}$
- ㉣ $\{5, 15, 25\}$
- ㉤ $\{10, 15\}$
- ㉥ $\{25, 5, 3 \times 5\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2 쌍

해설

- ㉠ = ㉡
 - ㉢ = $\{25, 5, 3 \times 5\} = \{25, 5, 15\}$ 이므로
 - ㉣ = ㉤
- 따라서 ㉠과 ㉡, ㉢과 ㉤ 두 쌍이다.

7. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{보다 작은 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 A 의 진부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① \emptyset
- ② $\{2\}$
- ③ $\{4\}$
- ④ $\{4, 6\}$
- ⑤ $\{2, 4, 6\}$

해설

$A = \{2, 4, 6\}$ 이므로 ⑤는 A 의 진부분집합이 아니다.

8. 집합 $A = \{x | 6 \times x = 7 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

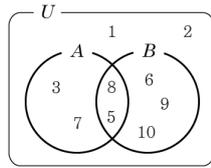
▶ 답:

▷ 정답: 1 개

해설

$A = \emptyset$
 모든 집합의 부분집합에는 \emptyset 과 자기 자신이 포함되는데 \emptyset 은 \emptyset 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개

9. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

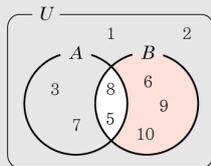


[배점 3, 중하]

- ① $n(U) = 9$
- ② $n(A \cap B^c) = 2$
- ③ $n((A \cup B) - A) = 2$
- ④ $n(B - A) = 3$
- ⑤ $n(A^c) = 5$

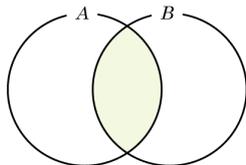
해설

③ $(A \cup B) - A$ 를 색칠하면 다음과 같다.



$\therefore n((A \cup B) - A) = 3$

10. 두 집합 $A = \{2, 4, 8, 9, 10, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

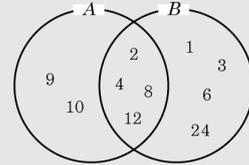
▷ 정답: 26

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 가 된다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{2, 4, 8, 12\}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 원소의 합은 $2+4+8+12 = 26$ 이다.

11. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$ 은 $X \subset \{1, 2, 3\}$ 이므로 가능한 X 의 개수는 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수이다.

$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

12. 다음 중 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$
- ② $A = \emptyset, B = \{0\}$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$
- ④ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$
- ⑤ $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 4, 6\}$: 포함 관계 없음
- ② $A = \emptyset, B = \{0\}$: $A \subset B, B \not\subset A$
- ③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid 1 < x < 3 \text{인 자연수}\}$
: $A \not\subset B, B \subset A$
- ④ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d\}$
: $A \subset B, B \not\subset A$
- ⑤ $A = \{2, 4, 1\}, B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
: $A \subset B, B \subset A$
∴ $A = B$

13. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2) 600 \\ 2) 300 \\ 2) 150 \\ 3) 75 \\ 5) 25 \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

14. 두 집합 $A = \{a, b, c\}, B = \{a, c, e\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합도 되고 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고 집합 B 의 부분집합도 되는 집합은 $\{a, c\}$ 의 부분집합과 같으므로 $2^2 = 4$ (개)

15. 집합 $A = \{x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $n(A) = 4$

② 집합 A 의 원소들의 합은 7 이다.

③ $8 \in A$

④ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$

⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15 개이다.

해설

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8 \right\} \text{ 이므로}$$

$$A = \left\{ \frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8} \right\} = \left\{ 4, 2, 1, \frac{1}{2} \right\}$$

- ② 집합 A 의 원소들의 합은 $7\frac{1}{2}$
- ③ $8 \notin A$
- ④ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1010_{(2)} < x < 111100_{(2)} \text{ 인 4의 배수}\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$1010_{(2)} = 10, 111100_{(2)} = 60$$

$$A = \{x \mid x \text{는 } 1010_{(2)} < x < 111100_{(2)} \text{ 인 4의 배수}\} = \{12, 16, 20, \dots, 56\}$$

$$\therefore n(A) = 12$$

17. 세 자연수 $4a, 6a, 16a$ 의 최소공배수가 336 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$2^2 \times a, 2 \times 3 \times a, 2^4 \times a$$

$$\text{최소공배수는 } 2^4 \times 3 \times a = 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 7$$

18. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람 수의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 27명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명) 이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명) 이다.

19. 두 분수 $\frac{21}{16}, \frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{48}{7}$

③ $\frac{8}{105}$

④ $\frac{48}{105}$

⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1}$ 이다.

$\textcircled{1}$ 을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

20. 세 자연수 84, 126, A 의 최대공약수가 6 ,
 최소공배수가 1260 일 때, 가장 작은 자연수 A 의
 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, A 에서
 최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
 최소공배수는 $1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 A 는 2×3 과 5 를 인수로 반드시 가져야 한다.
 따라서, 가장 작은 자연수 $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$
 이다.