

# 단원 종합 평가

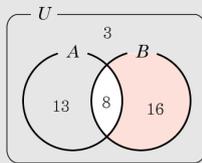
1. 우리 반 학생 40명 중에서 백일장에서 글을 쓴 학생은 21명, 그림을 그린 학생은 24명, 글도 쓰고 그림도 그린 학생은 8명이다. 이때, 그림만 그린 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 16명

해설

전체학생을  $U$ , 글을 쓴 학생을  $A$ , 그림을 그린 학생을  $B$ 라 할때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 그림만 그린 학생 수는 16명이다.

2. 두 집합  $A = \{a - 3, 2, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3b, 2a - 1\}$ 에 대하여  $A \subset B$ ,  $B \subset A$  일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$A \subset B$  이고  $B \subset A$  이면  $A = B$  이다

$$a - 3 = 1$$

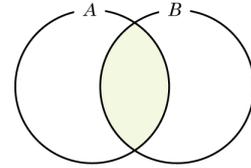
$$\therefore a = 4$$

$$B = \{1, 2, 3b, 7\}$$

$$3b = 6$$

$$\therefore b = 2$$

3. 두 집합  $A = \{2, 4, 8, 9, 10, 12\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

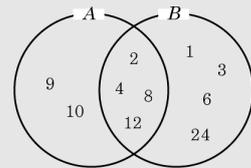
▷ 정답: 26

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 가 된다.

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는  $\{2, 4, 8, 12\}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 원소의 합은  $2 + 4 + 8 + 12 = 26$ 이다.

4. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \leq x \leq 8 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 3개인 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10개

해설

집합 A의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은

{4, 5, 6}, {4, 5, 7}, {4, 5, 8}, {4, 6, 7}, {4, 6, 8}, {4, 7, 8}, {5, 6, 7}, {5, 6, 8}, {5, 7, 8}, {6, 7, 8} 따라서 부분집합의 개수는 10이다.

5.  $\{3\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$  을 만족하는 집합 X의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

집합 X는 3을 반드시 원소로 가지는 {1, 3, 5, 7}의 부분집합이므로 개수는  $2^3 = 8$  (개)

6. 264의 소인수의 집합은? [배점 4, 중중]

- ① {2, 3, 11}                      ② {1, 2, 3, 11}
- ③ {2<sup>2</sup>, 11}                        ④ {2<sup>3</sup>, 3, 11}
- ⑤ {2, 3, 5, 11}

해설

$264 = 2^3 \times 3 \times 11$

7. 두 수  $2^a \times 3 \times 5$ ,  $2 \times 5^b \times 7^c$ 의 최소공배수를 구하면  $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.  $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$2^a = 2$  이므로  $a = 1$

$5^b = 5^2$  이므로  $b = 2$

$7^c = 7^2$  이므로  $c = 2$  따라서  $a + b + c = 5$

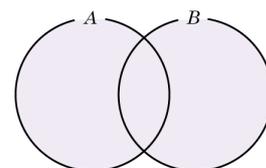
8.  $A = \{1, \{2, 3\}\}$  일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ①  $\{2, 3\} \in A$                       ②  $\{2, 3\} \subset A$
- ③  $\{1, \{2, 3\}\} \subset A$                 ④  $1 \in A$
- ⑤  $\{2, 3\} \in A$

해설

②  $\{2, 3\} \not\subset A$

9. 두 집합  $A = \{1, 3, 5, 9, 15\}$ ,  $B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 105

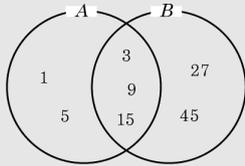
해설

$B = \{3 \times x \mid x \in A\}$  는 집합  $A$  의 원소를  $x$  에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{3, 9, 15, 27, 45\}$  이다.

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는  $\{1, 3, 5, 9, 15, 27, 45\}$  이다.

따라서 모든 원소의 합은

$$1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 27 + 45 = 105 \text{ 이다.}$$

10. 두 집합  $A = \{7, 8, a\}$ ,  $B = \{5, 6, a + 3\}$  에 대하여  $A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$  일 때,  $A \cap B$  를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답:  $\{6\}$

해설

$9 \in A$  또는  $9 \in B$  이므로

$a = 9$  또는  $a + 3 = 9$

i)  $a = 9$  이면  $A = \{7, 8, 9\}$ ,  $B = \{5, 6, 12\}$

$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9, 12\}$  가 되어 문제의 조건을 만족하지 못한다.

ii)  $a + 3 = 9$  이면  $a = 6$

$A = \{6, 7, 8\}$ ,  $B = \{5, 6, 9\}$

$A \cup B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$  이므로 조건을 만족한다.

$\therefore A \cap B = \{6\}$

11. 21 과 27 중 어느 것으로 나누어도 5 가 남는 수 중에서 가장 큰 세 자리 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 950

해설

21 과 27 의 최소공배수 : 189

$$189 \times 5 + 5 = 950$$

12. 자연수  $x$  를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호  $S(x)$  로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수  $m$  을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고,  $S(m) = 12$  라고 한다. 이 때, 이를 만족하는  $m$  의 값의 합을 구하여라. (예를 들면,  $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$  이므로  $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$  가 된다.)

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는  $(2, 3, 5)$ ,  $(2, 3, 7)$  의 두 가지 경우이다.

$S(m) = 2 + 2 + 3 + 5$  또는  $S(m) = 2 + 3 + 7$  이므로

$m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$  또는  $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$

따라서  $60 + 42 = 102$  이다.

13. 집합  $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$  일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠  $\{a\} \subset S$
- ㉡  $\{b\} \in S$
- ㉢  $\{b, c, d\} \in S$
- ㉣  $c \in S, d \in S$
- ㉤  $\{c, d\} \subset S$
- ㉥  $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

해설

집합  $S$  는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합  $S$  의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$  가 된다.

㉠  $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$  는 집합  $S$  의 원소이므로 옳다.

㉡  $\{b\} \in S \rightarrow b$  는 집합  $S$  의 원소이지만  $\{b\}$  는 집합  $S$  의 원소가 아니다.

㉢  $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$  는 모두 집합  $S$  의 원소이므로  $\{b, c, d\} \subset S$  가 되어야 한다.

㉣  $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$  는 집합  $S$  의 원소이므로 옳다.

㉤  $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$  는 집합  $S$  의 원소이고  $\{c, d\}$  는 집합  $S$  의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥  $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$  집합  $S$  는  $\{a, b, c, d\}$  의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

14. 전체집합  $U$  의 세 부분집합  $A, B, C$  에 대하여

$$(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset \text{ 이다.}$$

$A = \{1, 2, 3\}$  일 때,  $n(B) \times n(C)$  의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset \text{ 이면}$$

$$A - B = \emptyset, B - C = \emptyset, C - A = \emptyset,$$

$$A \subset B, B \subset C, C \subset A \text{ 이므로}$$

$$A = B = C$$

$$\text{따라서 } n(B) = n(C) = 3 \text{ 이므로 } n(B) \times n(C) = 9$$

15. 집합

$$A = \{x \mid x \text{ 는 } a^2 \text{ 을 } 10 \text{ 으로 나눈 나머지, } a \text{ 는 자연수}\}$$

일 때,  $A$  의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 64 개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면  $1^2$  은 1,  $2^2$  은 4,  $3^2$  은 9,  $4^2$  은 6,  $5^2$  은 5,  $6^2$  은 6,  $7^2$  은 9,  $8^2$  은 4,  $9^2$  은 1,  $10^2$  은 0,  $11^2$  은 1, ... 이므로

$$A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$$

따라서 집합  $A$  의 부분집합의 개수는  $2^6 = 64$  (개)이다.

16. 자연수  $a, b$  에 대하여  $11101_{(2)} + a, 11001_{(2)} - b$  가 모두 9의 배수가 될 때,  $a + b$  의 최솟값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$11101_{(2)} + a = 29 + a$  9의 배수  
 $\therefore 29 + a = 36, a = 7$   
 $11001_{(2)} - b = 25 - b$ 가 9의 배수이므로  
 $\therefore 25 - b = 18, b = 7$   
 $\therefore a + b = 14$

17. 두 자리 자연수  $a, b$ 의 곱은 735이고,  $a + b$ 와  $a - b$ 의 최대공약수는 14일 때,  $a, b$ 의 최대공약수를 구하여라. (단,  $a > b$ ) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$735 = 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로, 두 자리  $a, b$ 의 순서쌍은 다음과 같다.  
 $(a, b) = (49, 15), (35, 21)$ ,  
 위 순서쌍이  $a + b$ 와  $a - b$ 의 최대공약수 14를 만족시켜야 하므로,  
 $\rightarrow a = 35, b = 21$   
 $\therefore a, b$ 의 최대공약수 = 7

18. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 두 부분집합이  $A, B$ 일 때, 다음 각 조건을 만족하는 집합의 순서쌍  $(A, B)$ 의 개수를 구하여라.

- (1)  $A \cap B = \emptyset$
- (2)  $A \cup B = U$

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 16개

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이고  $A \cup B = U$ 이면  $n(A) + n(B) = n(U) = 4$   
 $n(A) = 0, n(B) = 4$ 인 경우: 1개  
 $n(A) = 1, n(B) = 3$ 인 경우: 4개  
 $n(A) = 2, n(B) = 2$ 인 경우: 6개  
 $n(A) = 3, n(B) = 1$ 인 경우: 4개  
 $n(A) = 4, n(B) = 0$ 인 경우: 1개  
 따라서 순서쌍  $(A, B)$ 의 개수는  $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$  (개)

19. 200개의 10원 동전이 일렬로 나란히 놓여 있다. 이 중 처음에는 200개의 동전 모두를 50원 동전으로 바꾸고, 두 번째에는 왼쪽에서 짝수 번째에 있는 동전만 10원 동전으로 다시 바꾸고, 세 번째에는 3번째, 6번째, 9번째, ... 동전 중 10원 동전인 것은 50원 동전으로 50원 동전인 것은 10원 동전으로 바꾼다. 같은 방법으로 네 번째, 다섯 번째, ..., 200번째에서는 4의 배수번째, 5의 배수번째, ... 200의 배수번째 동전의 종류를 바꾼다고 할 때, 마지막에 놓여있는 금액은 처음보다 얼마 늘어나는지 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 560원

**해설**

주어진 조건을 보면  $n$  번째 동전은  $n$  의 약수의 개수만큼 뒤집어진다는 것을 알 수 있다.

1 을 제외한 수 중 약수의 개수가 홀수 개인 수는 어떤 수의 제곱이 되는 수이므로,

홀수 번 뒤집어지는 수는  
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196  
이다.

따라서, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144,  
169, 196 번째 동전만 50 원이 되고 나머지는 모두  
10 원이므로

∴(마지막에 놓여있는 금액- 처음 놓여있는 금  
액) =  $14 \times 40 = 560$  (원)

20. 양팔저울과 몇 개의 추로 364g 까지의 자연수 무게를 측정하려고 한다. 필요한 최소의 추의 개수는 몇 개인지 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ **답:**

▷ **정답:** 6개

**해설**

양팔저울은 오른쪽 저울에 올리는 경우, 왼쪽 저울에 올리는 경우, 올리지 않는 경우로 총 세 가지 경우가 가능하므로, 양팔저울을 이용한 무게 측정은 3 진법으로 나타낼 수 있다.

3 진법의 추는 1g, 3g, 9g, 27g, 81g, 243g, 729g, 등 이고,  $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 = 364$  이므로, 필요한 최소의 추는 6 개이다.