

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

[배점 2, 하중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

집합 A 에서 원소 2를 반드시 포함하고, 3을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{2\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{2, 5, 7\}$ 이므로 4개이다.

2. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 집합 A, B, C 의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

각각의 집합을 원소나열법으로 나타내면

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, \dots, 19\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

3. 108의 약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 12개

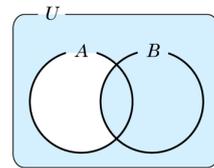
해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\text{약수의 개수} : (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$$

4. 다음 벤 다이어그램에서

$n(U) = 57, n(A) = 19, n(B) = 33, n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 41개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.

$$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$$

$$\text{에서}$$

$$54 = 57 - n(A \cap B) \therefore n(A \cap B) = 3$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$$

$$\therefore n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$$

5. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이고 $A \cap B = \{1, 3\}$,
 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의
 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

현정이네 반 학생 전체의 집합을 U , 야구를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 축구를 좋아하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$\begin{aligned} n(U) &= 35, n(A - B) = 12, \\ n(B - A) &= 13, n((A \cup B)^c) = 4 \\ n(A \cup B) &= n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31 \\ n(A \cup B) &= n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B) \\ 31 &= 12 + 13 + n(A \cap B) \\ n(A \cap B) &= 6 \end{aligned}$$

10. 두 집합 $A = \{12, a, b\}$, $B = \{7, 15, b + 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} b + 5 &= 12 \text{ 이므로 } b = 7, a = 15 \\ \therefore a - b &= 15 - 7 = 8 \end{aligned}$$

11. 1cm, 2cm, 4cm, 8cm, 16cm, 32cm 짜리 종이 테이프가 각각 1 개씩 있다. 이 종이 테이프들을 사용하여 29cm 의 길이를 측정하려고 할 때, 사용되지 않는 종이 테이프의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

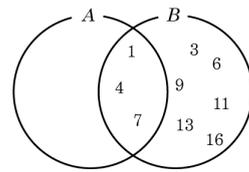
▷ 정답: 2 개

해설

$$\begin{aligned} 29 &= 16 + 8 + 4 + 1 \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 \\ &= 11101_{(2)} \end{aligned}$$

따라서, 사용되지 않은 종이 테이프는 $2^5 = 32(\text{cm})$, 2cm 짜리 두 개이다.

12. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 3, 4, 6, 7, 9, 11, 13, 16\}$, $A \cap B = \{1, 4, 7\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?(정답 2 개)



[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 4, 7\}$
- ② $\{1, 2, 4, 5, 7\}$
- ③ $\{1, 3, 4, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 4, 5, 7, 8\}$
- ⑤ $\{1, 3, 7, 9, 11\}$

해설

집합 A 는 반드시 $A \cap B = \{1, 4, 7\}$ 을 포함하여야 한다.

그러나 B 집합에만 존재하는 원소 3, 6, 9, 11, 13, 16 은 들어갈 수 없다.

- ③ 3, 9 가 포함되어서 옳지 않다.
- ⑤ 3, 9, 11 이 포함되어서 옳지 않다.

13. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$,
 $C = \{0, \emptyset, \{0, \emptyset\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B) - n(C)$ 를
 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 4$, $n(C) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) - n(C) = 5$ 이다.

해설

A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이므로, 네 수 A, B, C, D 의 최소공배수는 72 이다. 따라서 A, B, C, D 의 공배수는 72 의 배수이다.

14. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 할 때, 소인수분해를 이용하여 $P(P(525))$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$525 = 3 \times 5^2 \times 7$ 이므로
 $P(525) = (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 12$,
 $12 = 2^2 \times 3$ 이므로
 $P(P(525)) = P(12) = (2 + 1) \times (1 + 1) = 6$

15. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이다. 네 수 A, B, C, D 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2개)
 [배점 5, 중상]

- ① 18 ② 36 ③ 72
 ④ 90 ⑤ 144