

단원 종합 평가

1. 세 수 12, 24, 36 의 공배수 중 900 이하의 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

12, 24, 36 의 공배수는 최소공배수 72 의 배수이므로 900 이하의 자연수는 $900 \div 72 = 12 \cdots 36$ 이므로 12 개이다.

2. 1g, 2g, 2^2 g, 2^3 g, 2^4 g, 2^5 g 의 저울추가 각각 1 개씩 있다. 이들 저울추로 52g 의 무게를 측정하려고 할 때, 사용되는 추를 모두 써라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2^2 g

▷ 정답 : 2^4 g

▷ 정답 : 2^5 g

해설

$52 = 2^5 + 2^4 + 2^2 = 110100_{(2)}$
 $\therefore$ 사용되는 추 : 2^2 g, 2^4 g, 2^5 g

3. $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d, f\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $A^c = \{d, e\}$

② $B^c = \{a, b, c\}$

③ $A \cap B^c = \{a, b\}$

④ $(A \cap B)^c = \{b, d, e, f\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{d, e\}$

해설

① $A^c = \{d, e, f\}$

② $B^c = \{a, b, e\}$

④ $(A \cap B)^c = \{a, b, d, e, f\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{e\}$

4. 다음 중 12 의 배수는? [배점 3, 중하]

① 90

② 126

③ 288

④ 352

⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

5. 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 330cm, 270cm 인 욕실에 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 두르려고 한다. 되도록 큰 타일을 붙이려고 할 때, 타일의 한 변의 길이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30 cm

해설

붙이려고 하는 타일의 한 변의 길이는 330 과 270 의 공약수이다.

그런데 되도록 큰 타일을 붙이려고 했으므로 한 변의 길이는 330 과 270 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 330 \ 270 \\ 3) \ 165 \ 135 \\ 5) \ 55 \ 45 \\ \hline 11 \ 9 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30(\text{cm})$$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 크고 } 27 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22 는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32 개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22 는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{13-2-6} = 2^5 = 32$ (개)

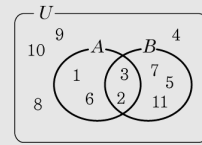
7. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 자연수}\}$ 라 하고 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{4, 8\}$ ② $\{4, 9\}$
③ $\{4, 8, 9\}$ ④ $\{4, 8, 10\}$
⑤ $\{4, 8, 9, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$, $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ 이므로 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 11\})^c = \{4, 8, 9, 10\}$ 이다.



8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$ ② $(A \cup B) \subset A$
③ $B \cap A^c \neq \emptyset$ ④ $A \subset B$
⑤ $A - (A \cap B) = \emptyset$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$, $A = \{6, 12, 18, 24, 30\}$, $B = \{12, 24\}$ 이다. 따라서 $B \subset A$ 이다. 따라서 ② $(A \cup B) \subset A$ 이다.

9. 공책 21 권, 지우개 38 개, 연필 56 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권이 부족하고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 부족했다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 명

해설

학생 수는 $21 + 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $56 + 4 = 60$ 의 최대공약수이다.

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$ 따라서 12 명이다.

10. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28의 배수 중 200 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14 \dots$
따라서 200 보다 작은 자연수의 개수는 7 개이다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?
[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

12. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로

$2^{11}, 3^{11}, \dots$

소인수가 2 개일 때, $12 = 4 \times 3 = 6 \times 2$

$2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$

$2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$

소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$

$2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$

따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.

$\therefore 84 - 60 = 24$

13. 1 부터 50 까지의 자연수를 다음과 같이 연속하는 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.
(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), $\dots$, (48, 49, 50)
일 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 묶음의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

묶음의 합은 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ..., 147 이다.

이 중 12의 배수는 12, 24, 36, ..., 144 이므로 가운데 수가 4의 배수가 되면 묶음의 합은 12의 배수가 된다.

따라서, $49 = 4 \times 12 + 1$ 에서 12개이다.

14. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다.

$A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 상하]

- ① $\emptyset \in 2^A$ ② $\emptyset \subset 2^A$ ③ $\{\emptyset\} \in 2^A$
 ④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$ ⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.

따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.

③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$

15. 15g 짜리 추가 땅에 떨어지면서 네 조각이 났다. 이 네 조각으로 양팔저울의 양쪽 접시를 모두 이용하여 1g에서 15g까지 1g씩 빠짐없이 무게를 잴 수 있다고 한다. 이 때, 이 네 조각의 무게는 각각 얼마인가? [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1g

▷ 정답: 2g

▷ 정답: 4g

▷ 정답: 8g

해설

2진법에서 1과 0으로 모든 수를 표현할 수 있다. 추가 있다와 없음을 이용하여 15g을 모두 표현할 수 있기 때문에 네 조각의 무게는 이진법의 자릿값을 생각할 수 있다.

이진법의 자릿값은 $1, 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, \dots$ 이고, $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이므로 조각난 네 조각의 무게는 각각 1g, 2g, 4g, 8g이다.