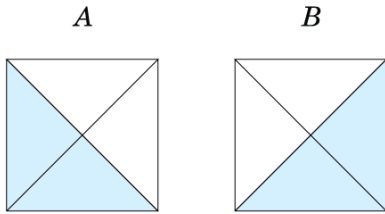


단원 종합 평가

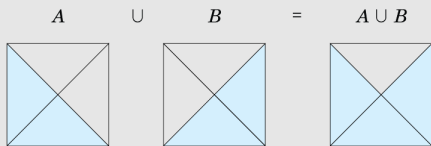
1. 두 집합 A, B 가 다음 그림과 같을 때, $A \cup B$ 를 나타낸 것으로 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① ②
- ③ ④
- ⑤

해설



2. $5 \times a, 3 \times a, 2 \times a$ 의 세 자연수의 최소공배수가 330 일 때, a 가 될 수 있는 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 11$

해설

$$\begin{array}{r} \square) \quad 5 \times \square \quad 3 \times \square \quad 2 \times \square \\ \quad \quad \quad 5 \quad \quad 3 \\ 5 \times 3 \times 2 \times a = 330 \\ \therefore a = 11 \end{array}$$

3. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} (개) 이다.

$$2^{n-2} = 64, \quad 2^{n-2} = 2^6$$

$$n - 2 = 6 \text{ 이므로 } n = 8$$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

[배점 4, 중중]

- ① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.
 ② 1 은 소수이다.
 ③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.
 ④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.
 ⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

- ① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.
 ② 1 은 소수도 합성수도 아니다.
 ⑤ 2 는 소수이다.

5. $2^3 + 1 < X < 2^4$ 인 수 X 를 이진법으로 나타내었을 때, 몇 자리의 수가 되는지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 네 자리의 수

해설

$2^3 + 1 = 9 = 1001_{(2)}$, $2^4 = 10000_{(2)}$ 이므로
 $1001_{(2)} < X < 10000_{(2)}$
 따라서 X 를 이진법으로 나타내면 네 자리의 수이다.

6. A 반 학생 60 명 중에서 수학을 좋아하는 학생은 33 명, 영어를 좋아하는 학생은 30 명이고, 수학과 영어 중 한 과목만 좋아하는 학생은 29 명이라고 한다. 이때, 수학과 영어도 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14 명

해설

수학을 좋아하는 학생의 수 : $n(A) = 33$,
 영어를 좋아하는 학생의 수 : $n(B) = 30$
 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 29$,
 $n(A \cap B) = (33 + 30 - 29) \div 2 = 17$,
 $n(A \cup B) = 46$
 $\therefore n(U) - n(A \cup B) = 14$ (명)

7. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이하인 } 6 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x | 3 \leq x < 20 \text{인 홀수}\}$ 에 대하여
 $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{6, 12, 18, \dots, 96\}$,
 $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ 이므로
 $n(A) = 16$, $n(B) = 9$
 $\therefore 16 - 9 = 7$

8. 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $n(A) = 15$, $n(B) = 8$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$,
 $n(B \cup C) = 12$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

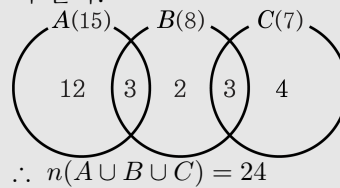
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



9. 전체집합 $U = \{x \mid |x| \leq 2 \text{인 정수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid |x| \leq 1 \text{인 정수}\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 3 \text{인 정수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{-2\}$

해설

$$\begin{aligned} U &= \{-2, -1, 0, 1, 2\} \\ A &= \{-1, 0, 1\}, B = \{1, 2\} \\ A^c &= \{-2, 2\}, B^c = \{-2, -1, 0\} \\ A^c \cap B^c &= \{-2\} \end{aligned}$$

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8 번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n((A^c \cap B) \cup (A - C))$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

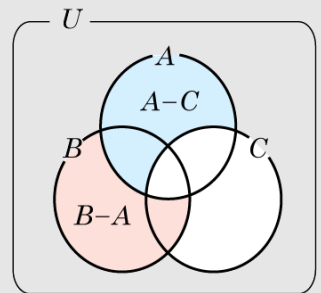
▷ 정답: 32

해설

$$\begin{aligned} A^c \cap B &= B - A \text{ 이므로 } (B - A) \cap (A - C) = \emptyset \\ \therefore n((A^c \cap B) \cup (A - C)) &= n(A^c \cap B) + n(A - C) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B) &= n(B - A) = n(B) - n(B \cap A) \\ &= 20 - 5 = 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(A - C) &= n(A) - n(A \cap C) = 25 - 8 = 17 \\ \therefore 15 + 17 &= 32 \end{aligned}$$



12. 자연수 k 의 모든 약수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, $A_k \cap (A_{12}^c \cup A_{18}^c) = \emptyset$ 인 k 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$$\begin{aligned} A_k \cap (A_{12}^c \cup A_{18}^c) &= A_k \cap (A_{12} \cap A_{18})^c = A_k - A_{36} = \emptyset \\ \rightarrow A_k &\subset A_{36} \\ \therefore k \text{의 최댓값} &= 36 \end{aligned}$$

13. 43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3 이 된다. 또, 49 를 n 으로 나누면 나머지가 1 이 되고 74 를 n 으로 나누면 2 가 남는다. 이러한 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3
 $\rightarrow n$ 은 40 의 약수이다. ($3 < n$)
 49 를 n 으로 나누면 나머지가 1
 $\rightarrow n$ 은 48 의 약수이다.
 74 를 n 으로 나누면 2
 $\rightarrow n$ 은 72 의 약수이다.
 위 세 조건을 만족하는 n 을 구하면 $n = 4, 8$

14. 숫자 0 과 1 을 다음과 같은 규칙으로 나열하였다.
 1001110000111110000001111111... 왼쪽에서부터
 101 번째 숫자부터 106 번째 숫자로 2 진수를 만들
 때, 그 수를 십진수로 나타내어라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

1001110000111110000001111111... 는
 1, 00, 111, 0000, 11111, 000000, 1111111, ... 의
 묶음으로 나눌 수 있다.
 각 묶음이 1 씩 커진다.
 1 부터 13 까지의 합 = $\frac{13 \times 14}{2} = 91$ 이므로,
 92 번째 수부터 105 번째 수까지 14 개의 수가 연
 속으로 0 이 된다.
 106 번째 수는 1 이다. 따라서 만들 수 있는 이진
 수는 $1_{(2)}$ 이고, 십진수로 나타내어도 1 이다.

15. 2 와 5 를 소인수로 가지는 어떤 자연수 n 에 대하여
 $2n$ 의 약수의 개수는 25 개, $5n$ 의 약수의 개수는 24
 개이다. 이 때, $100n$ 의 약수의 개수를 구하여라.
 [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 42 개

해설

$n = 2^a \times 5^b$ 이라 두면,
 $2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$
 $5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$
 $\rightarrow a = 3, b = 4$,
 $100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2}$,
 $\therefore 100n$ 의 약수의 개수 = $6 \times 7 = 42$ (개)