

단원 종합 평가

1. 이차함수 $y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(-4, 5)$ 를 지났다. b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{9}{5}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{5}x^2 + b \text{ 에 } (-4, 5) \text{ 를 대입하면} \\ 5 &= \frac{1}{5} \times (-4)^2 + b \\ \therefore b &= 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

2. 다음에서 이차함수인 것은? [배점 2, 하중]

- ① $y = -5x + 1$
 ② $y = x^2 - (x + 1)^2$
 ③ $y = 3 - 2x^2 + x(1 + 2x)$
 ④ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$
 ⑤ $y = (x - 4)^2 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

해설

③ $y = x + 3$

3. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 y m 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 9m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x - 3)^2 + 9$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

4. 다음 이차함수의 그래프 중 직선 $x = 2$ 를 축으로 하는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $y = x^2$ ② $y = (x - 2)^2$
 ③ $y = x^2 - 2$ ④ $y = 2(x - 1)^2 + 1$
 ⑤ $y = 2(x + 1)^2 - 2$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 에서 축의 방정식은 $x = p$
각각에서 축의 방정식을 구해보면

- ① $x = 0$ ② $x = 2$ ③ $x = 0$
 ④ $x = 1$ ⑤ $x = -1$

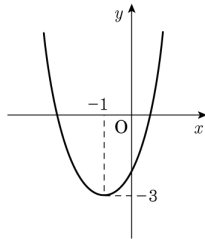
5. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x - 2)(x + 4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① (1, 3) ② (1, -3)
 ③ (-1, -3) ④ (-1, 3)
 ⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 \end{aligned}$$

6. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은?



[배점 3, 하상]

- ① $y = 2(x+1)^2 - 3$
 ② $y = 2(x-1)^2 - 3$
 ③ $y = -2(x+1)^2 - 3$
 ④ $y = 2(x+1)^2 + 3$
 ⑤ $y = 2(x-1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 이다.

7. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

[배점 3, 하상]

- ① $y = -x^2 + 4x + 1$ ② $y = x^2 - 4x + 1$
 ③ $y = -x^2 + 4x - 7$ ④ $y = x^2 + 4x - 3$
 ⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

8. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지난다고 한다. 이때, a 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= ax^2 \text{ 의 그래프가 점 } (-3, 9) \text{ 를 지나므로 } 9 = a \times (-3)^2 \\ \therefore a &= 1 \end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 는 한 점 $(-5, 3)$ 을 지나고, $x = m$ 일 때 최솟값 $3m$ 을 갖는다. m 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = -11$

▷ 정답: $m = -2$

해설

$y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(m, 3m)$ 이므로

$y = (x - m)^2 + 3m$ 에 $(-5, 3)$ 을 대입한다.

$$3 = (-5 - m)^2 + 3m$$

$$m^2 + 10m + 25 + 3m = 3$$

$$m^2 + 13m + 22 = 0$$

$$(m + 11)(m + 2) = 0$$

따라서 $m = -11$ 또는 $m = -2$ 이다.

해설

$y = ax^2 + 14x - 20$ 에 $A(2, 0)$ 을 대입하면
 $0 = 4a + 28 - 20$, $4a = -8$, $a = -2$ 이다.

$y = -2x^2 + 14x - 20$ 이므로

$$-2x^2 + 14x - 20 = 0$$

$$-2(x - 2)(x - 5) = 0$$

이다.

$x = 2$ 또는 $x = 5$ 이다.

$\therefore b = 5$ 즉, $B(5, 0)$

$\therefore a + b = -2 + 5 = 3$

10. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로

$$y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 3$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 3$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore a - b = 2 - 5 = -3$$

11. 포물선 $y = ax^2 + 14x - 20$ 과 x 축이 두 점 $A(2, 0), B(b, 0)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

12. 축의 방정식이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, \frac{5}{3}), (1, \frac{8}{3})$ 을 지나는 포물선에서 꼭짓점과 x 절편을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $(0, \frac{5}{3}), (1, \frac{8}{3})$ 을 지나므로

$$\frac{5}{3} = 4a + q$$

$$-\frac{8}{3} = a + q$$

$$-1 = 3a$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, q = 3$$

$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + 3$, 꼭짓점의 좌표 : $(2, 3)$

x 절편은 y 좌표의 값이 0 이므로

$$-\frac{1}{3}(x - 2)^2 + 3 = 0 \text{ 의 양변에 } -3 \text{ 을 곱하면}$$

$$(x - 2)^2 - 9 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (5 + 1) \times 3 = 9$ 이다.

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 10$ 의 그래프는 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. mn 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

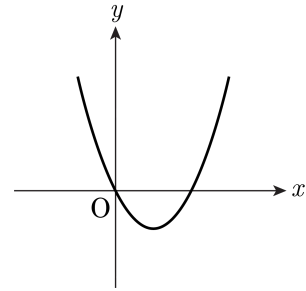
▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

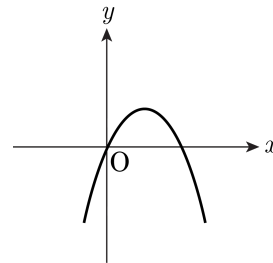
$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 8x - 10 \\ &= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \\ &= -2(x - 2)^2 + 8 - 10 \\ &= -2(x - 2)^2 - 2 \\ m &= 2, n = -2 \\ \therefore mn &= -4 \end{aligned}$$

14. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?

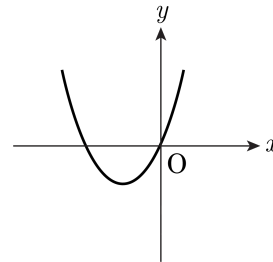


[배점 4, 중중]

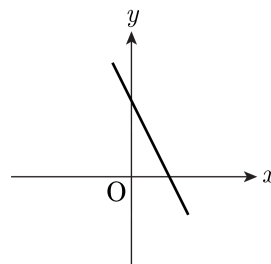
①



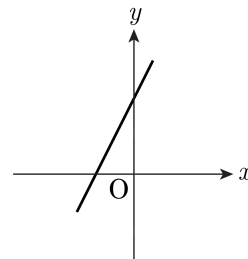
②



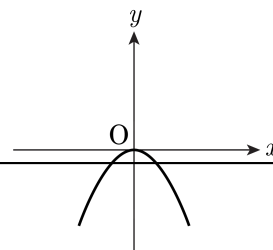
③



④



⑤

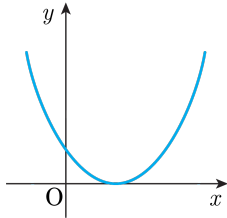


해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\frac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$

$\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.

15. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x - q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



[배점 5, 중상]

- ① 제1, 2 사분면
- ② 제3, 4 사분면
- ③ 제1, 2, 4 사분면
- ④ 제2, 3, 4 사분면
- ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.

$y = p(x - q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다. 따라서 이차함수 $y = p(x - q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.

