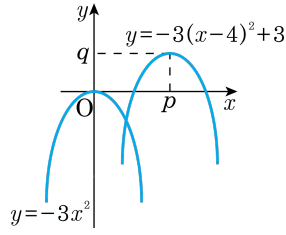


단원 종합 평가

1. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p, q 의 값을 각각 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4, q = 3$ 이다.

2. 이차함수 $y = x^2 + ax + 5$ 의 축의 방정식이 $x = 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$y = x^2 + ax + 5 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 5,$$

축이 $x = 3$ 이므로 $-\frac{a}{2} = 3,$
 $\therefore a = -6$

3. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수가 점 $(-2, m)$ 을 지날 때, 상수 m 의 값은? [배점 3, 하상]

① -6

② -8

③ -10

④ -12

⑤ -14

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

$$-3 = a \times 1^2, \quad a = -3 \quad \therefore y = -3x^2$$

$$\text{점 } (-2, m) \text{을 지나므로 } m = -3 \times (-2)^2 = -12 \quad \therefore m = -12$$

4. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는? [배점 3, 하상]

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

⑤ $0 < a < 3$

해설

$$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3,$$

꼭짓점의 좌표가 $(a, -a + 3)$

$$\therefore a < 0, \quad -a + 3 > 0 \quad \text{즉, } a < 0, \quad a < 3 \quad \text{이므로 } a < 0 \text{이다.}$$

5. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?
[배점 3, 하상]

- ① $y = -x^2 + 4x + 1$ ② $y = x^2 - 4x + 1$
 ③ $y = -x^2 + 4x - 7$ ④ $y = x^2 + 4x - 3$
 ⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

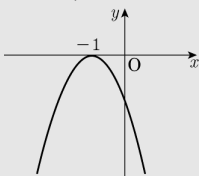
$$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

6. 함수 $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 함수의 치역을 구하면?
[배점 3, 중하]

- ① $\{y \mid y \leq 0\}$ ② $\{y \mid y \geq 0\}$
 ③ $\{y \mid y \leq -1\}$ ④ $\{y \mid y \geq -1\}$
 ⑤ $\{y \mid y \geq 1\}$

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프를 그리면 다음과 같다.



7. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ 그래프의 모양은 위로 볼록하다.
 ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
 ㉢ x 축에 대칭인 그래프이다.
 ㉣ x 의 값이 증가할 때, $x > 0$ 인 범위에서 y 의 값은 증가한다.
 ㉤ 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이다.
 ㉥ 점 $(3, -9)$ 을 지난다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

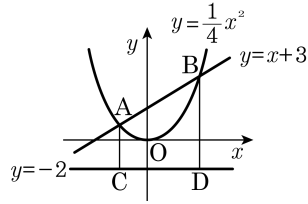
▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$ 이고 점 $(3, -9)$ 를 지난다.

8. 다음 그림에서
포물선 $y = \frac{1}{4}x^2$ 과 직선
 $y = x + 3$ 이 만나는
두 점 A, B 에서 직선
 $y = -2$ 에 내린 수선의
발을 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이를
구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}x^2 &= x + 3 \\ x^2 - 4x - 12 &= 0 \\ (x - 6)(x + 2) &= 0 \\ x &= -2 \text{ 또는 } x = 6 \\ A(-2, 1), B(6, 9) \text{ 이므로 } \overline{CA} &= 3, \overline{DB} = 11, \\ \overline{CD} &= 8 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 사각형 ABCD 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times (3+11) \times 8 &= 56 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

9. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로
곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m
라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가
성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아
올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를
구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 초후

▷ 정답 : 240m

해설

$$\begin{aligned} y &= -5x^2 + 60x + 60 \\ &= -5(x - 6)^2 + 240 \end{aligned}$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

10. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고
할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a \\ \therefore m &= -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

따라서 m 의 최댓값은 1이다.

11. 함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다.
 $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)
[배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(a) &= 4 \text{ 이므로} \\ a^2 - a - 2 &= 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a - 3)(a + 2) = 0 \\ \therefore a &= 3 \text{ 또는 } a = -2 \\ \text{한편, } a &> 0 \text{ 이므로 } a = 3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로
 $10 = \frac{4}{3}a^2 - 2$, $a = \pm 3$
 $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 10$ 의 그래프는 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. mn 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 8x - 10 \\ &= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \\ &= -2(x - 2)^2 + 8 - 10 \\ &= -2(x - 2)^2 - 2 \\ m &= 2, n = -2 \\ \therefore mn &= -4 \end{aligned}$$

14. 다음 [보기] 중 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㄱ. $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다.
 ㄴ. 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이다.
 ㄷ. a 의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁다.
 ㄹ. $a > 0$ 일 때, 치역은 $\{y | y \leq q\}$ 이다.
 ㅁ. $a < 0$ 일 때, $x > p$ 인 x 의 값에 대하여 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

[배점 5, 중상]

① ㄱ, ㄴ, ㄷ

② ㄱ, ㄴ, ㄹ

③ ㄱ, ㄷ, ㄹ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ

해설

- ㄹ. $a > 0$ 일 때, 치역은 $\{y | y \geq q\}$ 이다.
 ㅁ. $a < 0$ 일 때, $x > p$ 인 x 의 값에 대하여 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

15. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4초후

해설

$$\begin{aligned} y &= 40x - 5x^2 \\ y &= -5(x - 4)^2 + 80 \\ x &= 4 \text{ 일 때, 최댓값 } 80 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$